

**ANALISIS BERPIKIR INTUITIF MATEMATIS SISWA
SMP/MTs KELAS IX PADA MATERI GEOMETRI**

SKRIPSI

Diajukan Oleh:

Andina Lestari
NIM : 220205036

Mahasiswi Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh



**FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI AR-RANIRY
BANDA ACEH
2026M/1448 H**

LEMBAR PENGESAHAN
ANALISIS BERPIKIR INTUITIF MATEMATIS SISWA
SMP/MTs KELAS IX PADA MATERI GEOMETRI

SKRIPSI

Telah Disetujui dan Diajukan Pada Sidang Munaqasyah Skripsi
Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memproleh Gelar Sarjana
Bidang Pendidikan Matematika

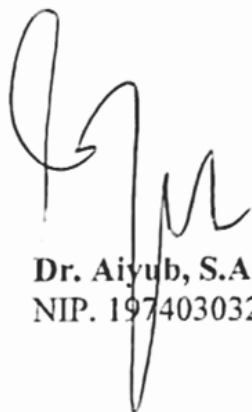
Oleh

Andina Lestari
NIM: 220205036

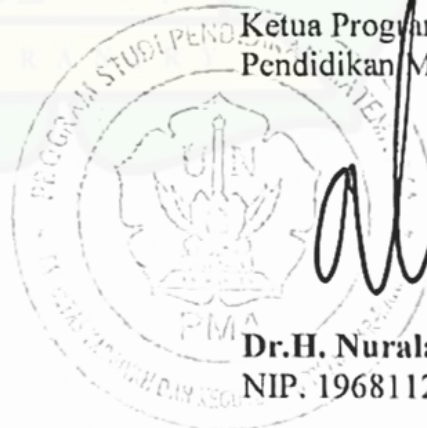
Mahasiswi Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh

Disetujui oleh:

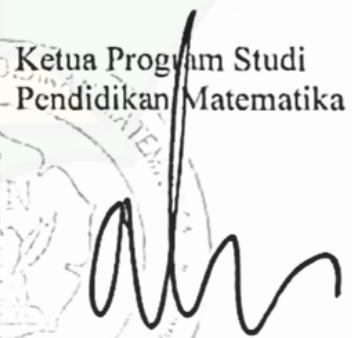
Pembimbing



Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd.
NIP. 197403032000121003



Ketua Program Studi
Pendidikan Matematika



Dr. H. Nuralam, M.Pd.
NIP. 196811221995121001

LEMBAR PENGESAHAN SIDANG

ANALISIS BERPIKIR INTUITIF MATEMATIS SISWA SMP/MTs KELAS IX PADA MATERI GEOMETRI

SKRIPSI

Telah Diuji dan Dipertahankan di Depan Tim Penguji Munaqasyah Skripsi
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Bidang Pendidikan Matematika

Pada Hari/Tanggal

Senin, 03 Agustus 2026
19 Safar 1448H

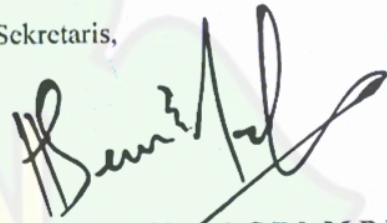
Tim Penguji Munaqasyah Skripsi

Ketua,



Dr. Alyub, S.Ag., M.Pd.
NIP. 197403032000121003

Sekretaris,



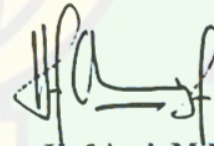
Devi Arhami Patri, S.Pd., M.Pd.
NIP. 199606042025052005

Penguji I,



Zulkifri, S.Pd., M.Pd., Ph.D.
NIP. 197511102005011007

Penguji II,



Dra. Hafriani, M.Pd.
NIP. 196805301995032002

Mengetahui,

Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
UIN Ar-Raniry Banda Aceh



Prof. Safrul Muluk, S.Ag., M.A., M.Ed., Ph.D.
NIP. 197301021997031003

LEMBAR KEASLIAN SKRIPSI

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN KARYA ILMIAH/SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Andina Lestari
Nim : 220205036
Prodi : Pendidikan Matematika
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan
Judul Skripsi : Analisis Berpikir Intuitif Matematis Siswa SMP/MTs Kelas IX Pada Materi Geometri

Dengan ini menyatakan bahwa dalam penulisan skripsi ini, saya:

1. Tidak menggunakan ide orang lain tanpa mampu mengembangkan dan mempertanggungjawabkan;
2. Tidak melakukan plagiasi terhadap naskah orang lain;
3. Tidak menggunakan karya orang lain tanpa menyebutkan sumber asli atau tanpa izin pemilik karya;
4. Tidak memanipulasi dan memalsukan data;
5. Mengerjakan sendiri karya ini dan mampu bertanggung jawab atas karya ini.

Bila dikemudian hari ada tuntutan dari pihak lain atas karya saya dan telah melalui pembuktian yang dipertanggungjawabkan dan ternyata memang ditemukan bukti bahwa saya telah melanggar pernyataan ini, maka saya siap dikenai sanksi berdasarkan aturan yang berlaku di Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya dan tanpa paksaan dari pihak manapun.

Banda Aceh, 20 Juli 2026

Yang Menyatakan,



Andina Lestari
Andina Lestari
NIM. 220205036

ABSTRAK

Nama : Andina Lestari
Nim : 220205036
Fakultas/Prodi : Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh/Pendidikan Matematika
Judul : Analisis Berpikir Intuitif Matematika Siswa SMP/MTs Kelas IX Pada Materi Geometri
Pembimbing : Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd
Kata Kunci : Berpikir Intuitif, *Ways of Thinking*, *Ways of Understanding*, Geometri.

Proses berpikir intuitif memiliki peranan penting dalam membantu siswa menemukan ide awal dan memecahkan masalah matematika, khususnya pada materi geometri Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL). Namun, dalam pembelajaran matematika di sekolah, proses berpikir intuitif siswa sering kali terabaikan karena pembelajaran cenderung didominasi oleh pendekatan prosedural kaku. Selain itu, masih terbatasnya analisis mendalam mengenai bagaimana karakteristik intuisi siswa beroperasi ketika dihadapkan pada persoalan non-rutin berbasis *High Order Thinking Skills* (HOTS) jika ditinjau dari tingkat kemampuan matematika yang berbeda. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis secara mendalam poses berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan persoalan geometri materi Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL) melalui kerangka kerja Harel *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang merujuk pada karakteristik intuisi Fischbein. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif yang melibatkan siswa kelas IX berkemampuan tinggi, sedang dan rendah yang dipilih berdasarkan metode *purposive selection*. Pengumpulan data dilakukan melalui pemberian Tes Penalaran Matematika (TPM) dan wawancara mendalam. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: (1) Siswa dengan kemampuan matematika tinggi memiliki *Ways of Thinking* selaras dengan logika abstraksi struktural yang matang, didominasi dengan karakteristik intuisi *self evident*, *intrinsic certainty*, *coerciveness*, *extrapolativeness*, dan *globality* sehingga menghasilkan *Ways of Understanding* yang akurat; (2) Siswa dengan kemampuan matematika sedang memiliki *Ways of Thinking* yang mengalami tahap transisi di mana intuisi mulai mengarah pada logika formal namun masih disertai keraguan kognitif yang didominasi oleh karakteristik *self evident*, *extrapolativeness*, dan *globality* sehingga *Ways of Understanding* yang dihasilkan cenderung bersifat parsial; (3) Siswa dengan kemampuan matematika rendah memiliki *Ways of Thinking* yang bergantung pada visual gambar didominasi oleh karakteristik *self evident*, *extrapolativeness*, dan *globality* yang keliru sehingga *Ways of Understanding* yang dihasilkan tidak tepat.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah dipanjatkan atas kehadiran Allah SWT, atas berkat dan rahmatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan judul “Analisis Berpikir Intuitif Matematis Siswa SMP/MTs Kelas IX Pada Materi Geometri”. Shalawat dan salam kepada Baginda Rasulullah Nabi Muhammad SAW yang menjadi teladan dalam segala sisi kehidupan yang tertuju kepada satu tujuan, yaitu keridhaan Allah SWT. Penulis menyampaikan rasa terima kasih yang mendalam kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan dan bantuan dalam proses penyusunan skripsi ini, khususnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Safrul Muluk, S.Ag., M.A., M.Ed., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh.
2. Bapak Dr. H. Nuralam, M.Pd. selaku ketua Program Studi Pendidikan Matematika UIN Ar-Raniry Banda Aceh serta seluruh Bapak/Ibu Dosen Pendidikan Matematika yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan yang bermanfaat selama masa perkuliahan.
3. Bapak Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd. selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, serta motivasi yang luar biasa dalam penyusunan skripsi ini. Dengan penuh rasa hormat penulis sampaikan terima kasih sebesar-besarnya atas dedikasi beliau yang senantiasa meluangkan waktu dan memberikan respon yang sangat cepat di tengah kesibukan beliau, sehingga kendala-kendala yang penulis hadapi dapat teratasi dengan sangat baik.
4. Ibu Dra. Hafriani, M.Pd. selaku penasehat akademik yang telah meluangkan waktu, membimbing dan memberi nasehat dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.

5. Kepala Madrasah MTs Negeri 1 Banda Aceh beserta guru-guru yang telah memberikan izin dalam melakukan penelitian ini dan apresiasi setinggi-tingginya penulis sampaikan kepada siswa kelas IX-11 yang telah menyambut penulis dengan hangat dan bersedia meluangkan waktu serta tenaga untuk terlibat dalam penelitian ini.
6. Teruntuk kedua orang tua penulis yang amat dirindukan, sosok cinta pertama penulis, Ayahanda Alm. Harris dan Ibunda Almh. Fardiati. Ayah, Mamak, kini anakmu telah tumbuh dewasa. Meskipun langkah dan perjuangan ini tidak sempat Ayah dan Mamak saksikan, namun setiap pencapaian ini tidak pernah lepas dari jejak kasih sayang, dukungan, doa, serta nasihat yang telah tertanam sejak awal kehidupan penulis. Terima kasih telah menjadi orang tua yang sempurna, yang mendidik penulis menjadi sosok pemberani dan tangguh. Segala pengorbanan dan cinta yang tak pernah lekang oleh waktu, penulis persembahkan karya kecil ini sebagai wujud bakti untuk kalian. Kepergian kalian adalah kehilangan terbesar, namun penulis berjanji akan terus melangkah maju demi membuat kalian bangga di sana. Semoga setiap pencapaian dan langkah baik penulis senantiasa mengalir menjadi ladang pahala yang tiada terputus untuk Ayah dan Mamak di keabadian.
7. Yang paling penulis cintai, abang dan adik penulis: Muhammad Ichsan, Muhammad Ikhwan, Muhammad Farhan, Muhammad Hariadi, dan Tara Rumasya. Meski kebersamaan kita tak selalu diwarnai ketenangan terkadang penuh dengan canda hingga perdebatan kecil namun semua itu justru mempererat ikatan kita sebagai saudara. Terima kasih atas dukungan serta doa yang tiada henti hingga penulis berhasil sampai di titik ini. Terkhusus, penulis menyampaikan apresiasi yang tak terhingga kepada Abang Ican dan Abang Aan yang telah bersedia mengambil alih peran orang tua dalam hidup kami. Terima kasih atas segala tanggung jawab yang dipikul dengan lapang dada, perjuangan yang tak pernah dikeluhkan, serta dukungan finansial yang telah membiayai perkuliahan penulis. Terima kasih pula atas pakaian yang layak, makanan yang enak, dan rumah

yang nyaman yang selalu kalian sediakan. *Jazakumullahu khairan*, semoga Allah membalas segala kebaikan kalian dengan keberkahan di dunia maupun akhirat, dan semoga kalian selalu ada di setiap pencapaian yang akan penulis raih berikutnya.

8. Teruntuk sahabat seperjuangan, penulis ucapkan terima kasih sudah banyak membantu penulis dan memberikan semangat kepada penulis dalam proses penyusunan skripsi dan masa-masa perkuliahan.
9. Terakhir, penulis ucapkan terima kasih kepada diri sendiri Andina Lestari! Apresiasi setinggi-tingginya karena telah mampu bertahan hingga di titik ini. Meski perjalanan ini kerap dihantui rasa takut serta rasa kurang percaya diri, terima kasih karena selalu mau belajar dan berusaha memberikan yang terbaik di setiap langkah. Terima kasih pula karena selalu memilih untuk bangkit dari keterpurukan. *Di hari-hari sunyi saya, saya berharap orangtua saya tahu bahwa putri mereka juga sedang berjuang layaknya anak yang lain.* Kini, semua proses panjang itu telah terbayarkan. Ini bukan sekadar pencapaian akademik, melainkan sebuah proses pendewasaan diri untuk menjadi pribadi yang lebih bertanggung jawab atas setiap keputusan yang dipilih. *Teruslah kepakkan sayap dan terbang setinggi mungkin untuk menggapai mimpimu yang lain.*

Akhir kata, terima kasih untuk seluruh pihak yang terlibat dalam penulisan skripsi yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu. Semoga skripsi ini memberikan manfaat kepada pembacanya.

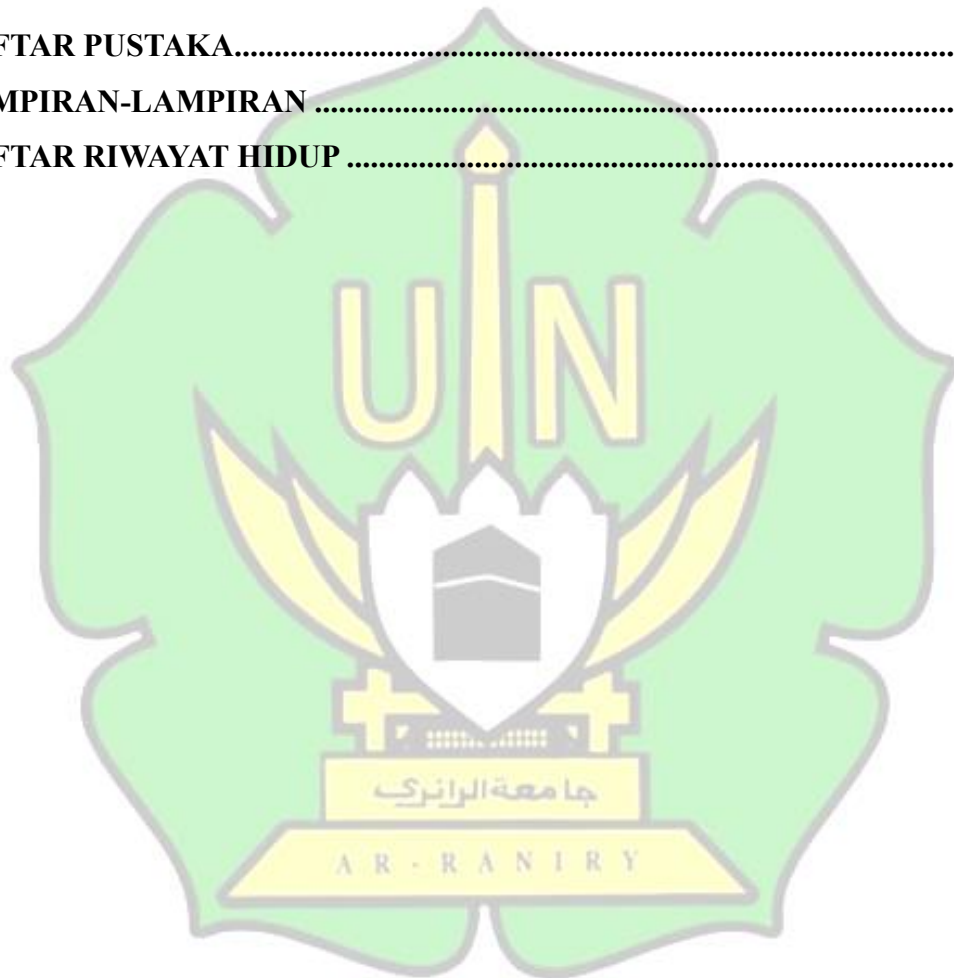
Banda Aceh, 20 Juli 2026

Andina Lestari

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN SIDANG	ii
LEMBAR KEASLIAN SKRIPSI	ii
ABSTRAK	iii
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Rumusan Masalah	9
C. Tujuan Penelitian.....	9
D. Manfaat Penelitian	9
E. Definisi Operasional.....	10
F. Penelitian Relevan.....	12
BAB II LANDASAN TEORI	15
A. Hakikat Matematika dan Pembelajarannya.....	15
B. Hakikat Intuisi Matematis	30
C. Kerangka Berpikir.....	47
BAB III METODE PENELITIAN	48
A. Jenis Penelitian.....	48
B. Lokasi Penelitian.....	48
C. Subjek Penelitian.....	48
D. Instrumen Penelitian.....	49
E. Teknik Pengumpulan Data	55
F. Teknik Analisis Data	56
G. Uji Keabsahan Data.....	57

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	59
A. Hasil Penelitian	59
B. Pembahasan.....	108
C. Keterbatasan Penelitian.....	113
BAB V PENUTUP.....	114
A. Kesimpulan	114
B. Saran.....	115
DAFTAR PUSTAKA.....	117
LAMPIRAN-LAMPIRAN	122
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	152



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Hasil Kerja Siswa Tingkat Tinggi	6
Gambar 1. 2 Hasil Kerja Siswa Tingkat Sedang	6
Gambar 1. 3 Hasil Kerja Siswa Tingkat Rendah.....	6
Gambar 2. 1 Matematika Gabungan Kategori Pengetahuan, WoT dan WoU.	18
Gambar 2. 2 Ilustrasi Model Aksi Mental-WoT-WoU	20
Gambar 2. 3 Pola Belajar Matematika dalam Siklus Triadic.....	25
Gambar 2. 4 Visualisasi Proses terbentuknya Intuisi	47
Gambar 4. 1 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 1	65
Gambar 4. 2 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 2	67
Gambar 4. 3 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 3	70
Gambar 4. 4 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 4	73
Gambar 4. 5 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 5	76
Gambar 4. 6 Perbandingan Hasil Kerja S_2 PS Soal Nomor 1	79
Gambar 4. 7 Perbandingan Hasil Kerja S_2 PS Soal Nomor 2	83
Gambar 4. 8 Perbandingan Hasil Kerja S_2 PS Soal Nomor 3	87
Gambar 4. 9 Perbandingan Hasil Kerja S_2 PS Soal Nomor 4	90
Gambar 4. 10 Perbandingan Hasil Kerja S_2 PS Soal Nomor 5	93
Gambar 4. 11 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 1.....	97
Gambar 4. 12 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 2.....	99
Gambar 4. 13 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 3.....	101
Gambar 4. 14 Perbandingan Hasil Kerja S_6 LR Soal Nomor 4.....	103
Gambar 4. 15 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 5.....	105

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 2 Indikator <i>Ways of Thinking</i> dalam menyelesaikan masalah.....	21
Tabel 2. 3 Indikator <i>Ways of Understanding</i> dalam menyelesaikan masalah.	21
Tabel 2. 4 Indikator Karakteristik Intuisi	39
Tabel 3. 2 Peta Soal TPM Tipe I	50
Tabel 3. 3 Peta Soal TPM Tipe II.....	52
Tabel 3. 4 Pedoman Wawancara.....	54
Tabel 3. 5 Kriteria Pengelompokkan Kemampuan Matematika	57
Tabel 4. 2 Rekapitulasi Hasil TPM I Siswa MTsN 1 Banda Aceh.....	60
Tabel 4. 3 Rekapitulasi Hasil TPM II Siswa MTsN 1 Banda Aceh	62
Tabel 4. 4 Subjek Penelitian Terpilih	63



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Keputusan Penetapan Pembimbing Skripsi	122
Lampiran 2. Surat Izin Penelitian dari Fakultas	123
Lampiran 3. Surat Keterangan telah Melakukan Penelitian di MTsN 1 Banda Aceh	124
Lampiran 4. Instrumen Penelitian	125
Lampiran 5. Dokumentasi	150
Lampiran 6. Riwayat Hidup Penulis	152



BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pendidikan merupakan sesuatu yang penting dalam kehidupan dengan adanya pendidikan seseorang akan mampu mengembangkan pengetahuan, keterampilan, nilai, dan sikap yang bermanfaat untuk kehidupan individu dan sekitarnya. Di abad ke-21 pendidikan menuntut individu untuk memiliki lebih dari sekadar pengetahuan faktual, mereka diharapkan mampu berpikir kritis, kreatif, dan dapat memecahkan masalah kompleks, serta berkolaborasi, dan berinovasi, kemampuan bernalar, memahami konsep secara mendalam, dan beradaptasi dengan informasi baru menjadi esensial bagi keberlangsungan hidup dan kemajuan individu.

Dalam konteks ini matematika memainkan peran yang sangat fundamental dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, dan pemecahan masalah. Pembelajaran matematika bukan sekadar menghafal rumus dan prosedur, melainkan proses melatih pola pikir yang terstruktur untuk menghadapi berbagai situasi. Kurikulum pendidikan di Indonesia saat ini, secara eksplisit menekankan pentingnya pengembangan nalar matematis dan salah satu tujuan utama dalam pendidikan matematika adalah untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

Hal ini sejalan dengan gagasan bahwa hakikat matematika adalah bagaimana cara berpikir (*Ways of Thinking*) dan tujuan belajarnya adalah bagaimana cara memahami (*Ways of Understanding*) yang mendalam.¹ Bidang studi matematika bukanlah bidang studi yang mudah dipahami, pembelajaran matematika cenderung dianggap sulit dan membosankan oleh siswa, hal ini menjadi tantangan di kelas dikarenakan implementasi pembelajaran matematika masih mendominasi metode pengajaran yang terlalu fokus pada hafalan rumus, sehingga siswa terbiasa mengerjakan soal tanpa memahami esensi dibalikinya.

¹ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

Yuwono menyatakan bahwa metode pengajaran matematika konvensional menyebabkan siswa memahami matematika tanpa penalaran dan hanya bekerja dengan prosedur.² Akibatnya, pemahaman konseptual siswa cenderung dangkal, menyebabkan kesulitan saat menghadapi soal-soal baru yang belum diajarkan sebelumnya dan membutuhkan cara berpikir yang berbeda. Kondisi ini menciptakan kesenjangan antara tuntutan kurikulum akan pemahaman mendalam dan realitas pembelajaran yang berpusat pada hafalan, salah satu faktor untuk tercapainya pembelajaran yang diinginkan adalah dengan mengubah proses belajar itu sendiri. Salah satu kemampuan dasar dalam matematika yang sering diabaikan dalam praktik pembelajaran adalah intuisi matematis.

Efraim Fischbein (dalam Sofia Sa'o, 2016) seorang pakar psikologi matematika, mengemukakan bahwa intuisi matematis adalah kognisi langsung yang memberikan rasa kepastian dan diterima sebagai kebenaran tanpa perlu pembuktian formal yang panjang.³ Intuisi ini berfungsi sebagai pemandu awal dalam proses penalaran, memungkinkan individu untuk merasakan kebenaran suatu gagasan, memprediksi hasil, atau menemukan ide solusi secara spontan sering disebut sebagai *insight*. Sebagaimana hasil penelitian dari Sa'o membuktikan bahwa berpikir intuitif adalah solusi strategis untuk mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika.

Penelitiannya menemukan bahwa kemampuan kognisi langsung dalam intuisi memungkinkan siswa untuk memahami masalah secara keseluruhan tanpa terjebak pada prosedur formal awal pengerjaan. Hal ini memberikan rasa kepastian (*certainty*) kepada siswa, yang membantu mereka menemukan cara untuk menyelesaikan masalah dengan lebih cepat dan efektif.⁴ Pentingnya pola pikir ini juga dipertegas oleh Tonra yang menyatakan bahwa cara berpikir seseorang (*Ways of Thinking*) sangat memengaruhi bagaimana siswa membangun pemahaman

² Yuwono, I (2001). RME (Realistic Mathematics Education) dan hasil studi awal implementasinya di SLTP. *Makalah disampaikan pada seminar Nasional RME*.

³ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

⁴ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

matematis (*Ways of Understanding*).⁵ Selain itu, Suwanto dalam penelitiannya menambahkan bahwa siswa dapat mengeksplorasi pengalaman individu secara spontan dan menemukan solusi melalui berpikir intuitif.⁶ Kemampuan ini sangat krusial dalam pemecahan masalah non-rutin, di mana prosedur baku tidak tersedia dan siswa harus mengandalkan perasaan atau dugaan awal untuk menemukan jalan keluar. Menurut Soedjadi penyebab kesulitan belajar berasal dari cara penyampaian materi, yang diperburuk oleh sifat matematika yang abstrak dan dominasi simbol, yang dapat menghambat intuisi.⁷ Dalam pembelajaran matematika siswa diharuskan untuk bisa berpikir.

Berpikir merupakan proses kognitif yang melibatkan keterampilan memunculkan ide yang dapat menyelesaikan permasalahan matematika dan mengidentifikasi masalah. Matematika didasari pada logika untuk membuat argumen yang valid, menarik kesimpulan dan dapat membuktikan pernyataan. Proses berpikir dapat digolongkan ke dalam beberapa jenis, di antaranya berpikir analitik dan berpikir intuitif. Berpikir intuitif merupakan kemampuan memahami sesuatu dengan segera dan spontan, intuisi muncul karna adanya *feeling (insting)* kombinasi dari pengalaman, pemahaman mendalam, dan kemampuan otak untuk mengenali pola dan hubungan antara konsep-konsep matematika.

Otak manusia sangat baik dalam mengenali pola, dalam matematika, banyak masalah yang memiliki pola tertentu, dan matematika memiliki struktur logis yang konsisten. Intuisi dapat menjadi jembatan pemahaman bagi siswa untuk menentukan objek dan mengaitkannya dengan masalah matematika agar dapat menemukan solusi yang diinginkan. Di saat siswa dihadapkan dengan permasalahan matematika yang dituntut untuk segera menemukan penyelesaiannya

⁵ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

⁶ Suwanto, S., Hidayah, I., Rochmad, R., & Masrukan, M. (2023). Intuitive thinking: Perspectives on intuitive thinking processes in mathematical problem solving through a literature review. *Cogent Education*, 10(2), 2243119.

⁷ Soedjadi, R. (2000). *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.

maka dari itu intuisi sangat diperlukan. Intuisi memiliki karakteristik tersendiri di mana pemikiran yang muncul tiba-tiba, cepat dan langsung. Menurut Sa'o ia menyebutkan terdapat tiga faktor yang mendukung berpikir intuitif ketika seseorang dihadapkan dengan masalah,⁸ yaitu:

1. *Feeling*, yaitu pemikiran yang muncul secara tiba-tiba dalam pikiran seseorang yang memungkinkan mereka untuk membuat keputusan secara spontan.
2. *Intrinsic*, yaitu mencakup ide-ide yang timbul secara spontan dari pemikiran individu saat mencoba memecahkan masalah yang masih terkait dengan unsur *feeling*.
3. *Intervensi* yaitu hasil pemikiran yang terkait dengan pengetahuan sebelumnya yang dapat menghasilkan jawaban yang muncul secara tiba-tiba.

Ficshbein telah menyajikan karakteristik umum kognisi intuisi dalam matematika, yang merupakan suatu yang dasar dan yang sangat jelas dalam suatu kognisi intuisi. Karakteristik intuisi umum tersebut, antara lain:

- a. Kognisi Langsung (*Self Evident*)
- b. Kepastian Intrinsik (*Intrinsic Certainty*)
- c. Ketegasan (*Coerciveness*)
- d. Kemampuan Ekstrapolatif (*Extrapolativeness*)
- e. Keseluruhan (*Globality*)

Lima karakteristik intuitif yang dikemukakan Ficshbein di atas dikategorikan ke dalam suatu intuisi yang disebut intuisi *affirmatory*. Selain karakteristik *affirmatory*, Fichbein juga mengklasifikasikan intuisi pemecahan masalah ke dalam dua kategori yaitu intuisi *antisipatory* dan intuisi *conclusive*.⁹

⁸ Sao, S. (2014). Berpikir intuitif dalam pembelajaran matematika. In *Prosiding seminar nasional TEQIP (teachers quality improvement program) membangun karakter bangsa melalui pembelajaran bermakna Universitas Negeri Malang*.

⁹ Zannah, N., & Andriani, S. (2017). Karakteristik intuisi siswa dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari gaya kognitif dan perbedaan gender. In *Prosiding seminar nasional matematika dan pendidikan matematika* (Vol. 1, No. 1, pp. 111-119).

Penelitian ini ditujukan pada siswa SMP/MTs dikarenakan pada jenjang SMP/MTs siswa berada pada fase transisi dari pemikiran konkret ke pemikiran abstrak. Secara spesifik, penelitian ini difokuskan pada siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) guna melihat karakteristik berpikir intuitif dalam lingkungan pendidikan berbasis Madrasah. Periode ini merupakan masa krusial untuk menanamkan dan mengembangkan kemampuan intuisi matematis yang akan menjadi fondasi bagi pembelajaran matematika di jenjang yang lebih tinggi, pada masa ini siswa mulai mampu berpikir abstrak dan logis. Masalah ini sangat terasa pada materi geometri, di mana siswa harus memiliki keterampilan penalaran, visual, dan pemahaman spasial yang sering kali tidak dapat dicapai hanya dengan rumus.

Geometri membutuhkan *Ways of Thinking* yang fleksibel untuk memecahkan masalah. Sering kali, keberhasilan siswa bergantung pada kemampuan mereka untuk segera menemukan pola atau hubungan antara bentuk geometri. Fenomena ini menunjukkan bahwa ada perbedaan antara pemahaman yang diharapkan siswa dan kemampuan berpikir mereka. Penelitian ini memiliki hubungan langsung dengan tujuan kurikulum di Indonesia yang menekankan betapa pentingnya perkembangan penalaran dan kemampuan pemecahan masalah. Intuisi matematis bukan tebakan melainkan sebuah bentuk dari *Ways of Thinking* yang merupakan modal awal dalam pemecahan masalah.

Berdasarkan studi pendahuluan yang dilakukan peneliti melalui observasi awal di salah satu SMP di Aceh Besar, menunjukkan bahwa beberapa siswa di kelas IX terus mengalami kesulitan besar dalam menyelesaikan soal geometri non-rutin, terutama yang berkaitan dengan materi bangun ruang. Misalnya, ketika diberikan soal yang menuntut visualisasi dan dugaan awal (intuisi), kebanyakan siswa cenderung tidak tahu apa yang harus mereka lakukan atau hanya mencoba menggunakan rumus tanpa memahami konsep, bahkan beberapa dari mereka gagal menganalisis soal. Hal ini menunjukkan bahwa mereka tidak memiliki *Ways of Thinking* intuitif yang tinggi. Hasil ini menunjukkan bahwa penelitian lebih lanjut sangat diperlukan.

Ketika siswa dihadapkan pada masalah yang membutuhkan penalaran fleksibel atau ide-ide baru, mereka sering kali menunjukkan kebingungan atau terpaku pada metode yang sudah dihafal hal ini mengindikasikan bahwa potensi intuitif siswa belum sepenuhnya terfasilitasi atau terabaikan.

Perhatikan gambar dibawah ini menunjukkan bukti visual dari pekerjaan siswa:¹⁰

Nama : Tiara
Kelas : IX - 1

* Ibu membeli karpet berbentuk lingkaran dengan berapa luas karpet yang dibeli ibu?

Penyelesaian:

Dik : $d = 6 \text{ cm}$
 $\pi = 3,14$

Dit : L.O ?

Maka : $L.O = \pi r^2$
 $= 3,14 \times 9$
 $= 28,26 \text{ cm}^2 //$

Gambar 1. 1 Hasil Kerja Siswa Tingkat Tinggi

Ibu membeli karpet berbentuk lingkaran dengan berapa luas karpet yang dibeli ibu?

Penyelesaian :

Dik : $d = 6 \text{ cm} \rightarrow r = 3 \text{ cm}$
 $\pi = \frac{22}{7}$

Dit : L.O

Maka : $L.O = \pi r^2$
 $= 3,14 \times 3 \times 3$
 $= 3,14 \times 9$
 $= 28,26$

Gambar 1. 2 Hasil Kerja Siswa Tingkat Sedang

Nama : MURNIYATI ARIKAR
Kelas : IX - 1

* Ibu membeli karpet berbentuk lingkaran dengan 6cm. berapa luas karpet yg dibeli ibu ?

Jawab - ~~6cm~~

diketahui : diameter 6cm
 ditanya : luas karpet yg ibu beli ?

Jawaban : luas lingkaran : πr^2
 $= \frac{22}{7} \times 6 \times 6$
 $= 22 \times 6$
 $= 132$

Gambar 1. 3 Hasil Kerja Siswa Tingkat Rendah

Berdasarkan Gambar 1.1 siswa A diklasifikasikan memiliki tingkat intuisi tinggi. Hal ini dibuktikan dengan kemampuan siswa menyelesaikan soal dengan hasil yang tepat dan dengan cara yang sistematis. Dari soal yang diberikan siswa A mampu menunjukkan kognisi langsung dengan cara melompati langkah prosedural dan menuliskan nilai akhir yang langsung ke langkah inti, misalnya $(3,14 \times 9)$ dari

¹⁰ Hasil tes pra-penelitian yang dilakukan peneliti di SMP Negeri 1 Darussalam pada tanggal 20 September 2025

langkah tersebut terlihat dengan jelas siswa membuktikan bahwa ia memiliki perasaan spontan dan cepat. Kemampuan untuk melakukan “loncatan” ini menjadi alasan kuat untuk pengelompokan karena menunjukkan ciri-ciri *self evident* (kebenaran yang terasa nyata bagi siswa) dan *globality*, yang memungkinkan siswa untuk melihat struktur masalah secara menyeluruh dalam waktu yang singkat. Secara teoretis, ini menunjukkan bahwa siswa memiliki *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang sangat matang, di mana rumus dan prosedur terinternalisasi secara spontan dan cepat tanpa perlu verifikasi langkah demi langkah.

Berdasarkan Gambar 1.2 siswa B diklasifikasikan memiliki tingkat intuisi sedang. Siswa B memiliki kompetensi prosedural yang kuat di mana ia mampu menuliskan langkah-langkah penyelesaian secara keseluruhan dan terbukti memiliki konsep WoU yang sempurna namun dominasi intuisinya masih lemah, di mana siswa menunjukkan inkonsistensi dalam proses berpikirnya, yaitu dengan adanya perubahan nilai $\pi = \frac{22}{7}$ menjadi $\pi = 3,14$, inilah alasan kuat yang menjadikan siswa B diklasifikasikan pada tingkat sedang. Hal ini menunjukkan secara objektif bahwa sifat kepastian intrinsik (*intrinsic certainty*), siswa belum sepenuhnya tumbuh. Siswa masih merasa ragu dan perlu melakukan verifikasi ulang selama proses pekerjaan. Siswa B masih sangat bergantung pada langkah-langkah eksplisit dan formal, berbeda dengan siswa A yang menggunakan loncatan kognisi.

Secara teoretis, ini menunjukkan bahwa pemahaman (WoU) siswa berhasil dalam penggunaan rumus, tetapi dari segi pemikiran (WoT) siswa tersebut belum mencapai tahap. Berdasarkan Gambar 1.3 siswa C diklasifikasikan memiliki tingkat intuisi rendah. Pengelompokan ini disebabkan oleh hambatan kognitif yang signifikan yang menghalangi siswa untuk mencapai tahap penyelesaian masalah pada soal perhitungan luas karpet lingkaran berdiameter 6 cm, hambatan kognitif yang dihadapi siswa digambarkan dengan adanya ketidakmampuan siswa untuk melampaui tahap “Diketahui” dan “Ditanya” hal ini menunjukkan *Ways of Understanding* yang tidak terorganisir. Sehingga, *Ways of Thinking* untuk mengembangkan strategi penyelesaian tidak muncul.

Secara teoritis, ini menunjukkan kurangnya intuisi *antisipatory* (Fischbein); siswa gagal melakukan lompatan intuitif untuk mengaitkan informasi diameter dengan skema rumus luas, sehingga mereka hanya terbatas pada aspek administratif masalah tanpa memahami esensi spasial dari masalah geometri tersebut. Hasil dari pengerjaan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan intuitif siswa belum sepenuhnya digunakan siswa yang dikategorikan berkemampuan tinggi masih memiliki kesulitan melakukan lompatan intuitif yang tepat. Fenomena yang ditemukan pada studi pendahuluan tersebut memicu urgensi bagi peneliti untuk melakukan eksplorasi lebih mendalam pada subjek dengan kategori tingkat pendidikan yang tinggi.

Oleh karena itu, peneliti menetapkan MTsN 1 Banda Aceh sebagai lokasi penelitian utama. Pemilihan lokasi ini didasarkan pada pertimbangan bahwa MTsN 1 Banda Aceh merupakan salah satu sekolah Model di Banda Aceh yang memiliki input siswa berprestasi. Peneliti ingin menganalisis apakah siswa di sekolah unggulan tersebut memiliki profil berpikir intuitif yang lebih matang ataupun menghadapi kendala yang sama sebagaimana temuan pada studi pendahuluan sebelumnya. Hal ini diperkuat dengan hasil wawancara awal dengan guru matematika di MTs tersebut yang mengonfirmasi bahwa kemampuan berpikir intuitif siswa masih perlu dieksplorasi lebih lanjut guna mendukung pencapaian akademik mereka.

Meskipun banyak penelitian telah dilakukan mengenai kemampuan pemecahan masalah atau penalaran matematis, namun penelitian yang secara spesifik dan mendalam untuk menganalisis berpikir intuitif matematis siswa SMP/MTs kelas IX pada materi Geometri, terutama dengan pendekatan kualitatif. Kebaruan (*novelty*) dari penelitian ini terletak pada fokus subjeknya dimana peneliti tidak hanya berfokus pada kegagalan siswa dengan tingkat rendah, melainkan menjadikan siswa berkemampuan tinggi sebagai fokus utama. Tujuannya adalah untuk membedah secara mendalam karakter *Ways of Thinking* yang mereka gunakan saat menghadapi masalah non-rutin.

Oleh karena itu, penelitian ini menjadi sangat relevan untuk dilakukan. Melalui “Analisis Berpikir Intuitif Matematis Siswa SMP/MTs Kelas IX pada Materi Geometri”, yang bertujuan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik tentang ciri-ciri intuisi matematis siswa, bagaimana intuisi tersebut muncul saat memecahkan masalah non-rutin dan faktor-faktor yang mendukung atau menghambat perkembangan intuisi tersebut.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah yang telah dikemukakan di atas, rumusan masalah yang dapat dibahas terkait analisis berpikir intuitif matematis siswa SMP/MTs kelas IX pada materi Geometri, yaitu: “Bagaimana proses *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU) siswa dalam berpikir intuitif?”

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, tujuan penelitian yang dapat dibahas terkait analisis berpikir intuitif matematis siswa SMP/MTs kelas IX pada materi Geometri, yaitu: “Untuk menganalisis proses *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU) siswa dalam berpikir intuitif.”

D. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian analisis berpikir intuitif matematis siswa SMP/MTs kelas IX pada materi Geometri, dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. **Bagi Guru:** Sebagai acuan untuk guru agar lebih memperhatikan proses belajar yang menarik serta memberikan informasi tentang pentingnya intuisi matematis pada siswa.
2. **Bagi Siswa:** Sebagai acuan kepada siswa untuk melatih berpikir intuitif dan meningkatkan kemampuan siswa dalam pemecahan masalah matematika.
3. **Bagi Sekolah:** Sebagai masukan untuk perbaikan kurikulum dan program pengembangan profesional guru dalam pembelajaran matematika.

4. **Bagi Peneliti:** Sebagai dasar untuk peneliti dapat berkontribusi pada sistem pendidikan yang lebih baik dan mengembangkan serta meningkatkan intuisi matematika lebih lanjut.

E. Definisi Operasional

1. Analisis

Analisis adalah proses menguraikan, membedah, dan memeriksa suatu objek menjadi bagian-bagian yang lebih kecil dengan tujuan mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang struktur, hubungan dan maknanya. Tujuan analisis bukan hanya untuk mendeskripsikan objek, tetapi juga untuk menemukan pola, sebab-akibat, dan karakteristik yang tersembunyi.

2. Intuisi

Intuisi adalah kemampuan yang terjadi secara spontan atau muncul secara tiba-tiba dan mengetahui sesuatu hanya dengan bisikan hati atau gerakan hati. Kemampuan ini merujuk pada aspek emosional, yang berarti seseorang mengetahui sesuatu tanpa proses penalaran yang panjang dan lebih melibatkan proses kognitif yang lebih luas, yang sering kali dipengaruhi oleh emosi dan perasaan. Dahlan (dalam Anam & Pradnyo, 2020) menyatakan bahwa intuisi adalah dasar kemampuan tingkat tinggi dalam matematika dan bidang lain.¹¹ Selain itu, Hasanah dan Sabandar menyatakan bahwa intuisi dapat membantu siswa menjadi lebih kreatif dalam memilih ide dan strategi untuk memecahkan masalah, serta berperan dalam proses pengambilan keputusan dan pemilihan kritis.¹²

3. Berpikir Intuitif Matematis

Pemahaman atau pengetahuan yang diperoleh tentang cara memahami sebuah masalah melalui proses intuisi disebut sebagai berpikir intuitif. Ketika seseorang menghadapi kesulitan untuk menemukan solusi yang tepat untuk masalah tertentu,

¹¹ Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).

¹² Sabandar, J., & Hasanah, A. (2010). Mengembangkan kemampuan berpikir kreatif siswa sekolah menengah atas (SMA) melalui pembelajaran kontekstual yang menekankan pada intuisi matematis. In *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*.

mereka mulai berpikir intuitif. Berpikir intuitif berarti bekerja dengan perasaan dan memiliki keyakinan yang kuat dalam membuat keputusan agar keputusan yang diambil benar-benar dapat menyelesaikan masalah, hal ini merupakan proses kognitif yang menghasilkan wawasan atau pemahaman langsung dengan menggunakan pengetahuan sebelumnya yang diproses secara bawah sadar. Berpikir intuitif dapat membantu dalam membangun strategi penyelesaian masalah yang efektif, terutama untuk masalah non-rutin.

4. Materi

Materi yang digunakan dalam penelitian ini dibatasi pada materi Geometri yang berfokus pada Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL) yang diajarkan pada siswa SMP/MTs Kelas IX. Materi ini merupakan bagian dari Fase D dari Kurikulum Merdeka, yang berdasarkan pemetaan kurikulum berada di bawah elemen pengukuran berdasarkan Keputusan Kepala BSKAP No. 032/H/KR/2024. Peserta didik harus mampu menyelesaikan masalah terkait dan menjelaskan cara menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (seperti bola, tabung, dan kerucut).¹³ Fokus analisis dibatasi pada kemampuan penalaran rasio volume, manipulasi luas permukaan, hubungan antar-komponen geometris seperti jari-jari, diameter, dan tinggi, serta perubahan wujud fisik benda.

Permasalahan disajikan melalui persoalan kontekstual non-rutin berbasis *High Order Thinking Skills* (HOTS) yang memicu eksplorasi intuitif dan bukan hafalan rumus prosedural semata. Melalui batasan tersebut, Tujuan Pembelajaran (TP) berpusat pada penggunaan penalaran intuitif untuk memecahkan masalah kontekstual non-rutin serta menganalisis hubungan antar-komponen. Indikator Ketercapaian Tujuan Pembelajaran (IKTP) mencakup mengidentifikasi elemen geometri secara visual (*intuisi affirmatory*), mengajukan strategi awal penyelesaian (*intuisi antisipatori*), dan menarik kesimpulan logis berdasarkan pemahaman spasial (*intuisi conclusive*).

¹³ Aulia, N., Sarinah, S., & Juanda, J. (2023). Analisis kurikulum merdeka dan kurikulum 2013. *Jurnal Literasi Dan Pembelajaran Indonesia*, 3(1), 14-20.

5. *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding*

Ways of Thinking (WoT) dalam penelitian ini didefinisikan sebagai aksi mental, karakteristik penalaran, atau gaya berpikir siswa yang melandasi proses lahirnya suatu tindakan kognitif, khususnya dalam bentuk proses berpikir intuitif (*affirmatory*, *antisipatori*, dan *conclusive*) saat menghadapi masalah geometri. Sementara itu, *Ways of Understanding* (WoU) merujuk pada produk atau hasil dari tindakan kognitif tersebut, yang diwujudkan dalam bentuk jawaban tertulis, representasi matematis, penjelasan argumen, serta langkah-langkah penyelesaian masalah Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL) yang dihasilkan oleh siswa.¹⁴ Secara sederhana, *Ways of Thinking* menggambarkan proses penalaran intuitif yang terjadi di dalam pikiran siswa, sedangkan *Ways of Understanding* adalah bentuk pemahaman dan solusi tertulis yang ditunjukkan oleh siswa pada lembar jawaban.

F. Penelitian Relevan

Adapun penelitian yang relevan disajikan dalam penelitian ini sebagai upaya untuk memperkuat landasan teoritis dan mempermudah proses penelitian dengan melihat kajian terlebih dahulu antara lain adalah:

1. Della Anggun Prameswari dan Muniri (2023). "Karakteristik Berpikir Intuitif Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika." Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa pada semua tingkat kemampuan matematika melibatkan karakteristik intuisinya dalam menyelesaikan soal matematika. Secara rinci, siswa berkarakteristik kemampuan tinggi melibatkan karakteristik berpikir intuitif *self evident*, *theory status*, *globality*, dan *coerciveness*. Siswa kemampuan sedang melibatkan karakteristik *theory status*, *globality*, dan *implicitness*. Sementara itu, siswa berkemampuan rendah melibatkan karakteristik berpikir intuitif *extrapolativeness*, *self evident*, dan *globality*.¹⁵

¹⁴ Maghfiroh, F., Dasari, D., Dahlan, J. A., Inayah, C. F., & Fitriyah, Y. (2024). Students' Ways of Understanding and Ways of Thinking in Solving Trigonometric Problems. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 12(2), 310-320.

¹⁵ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91.

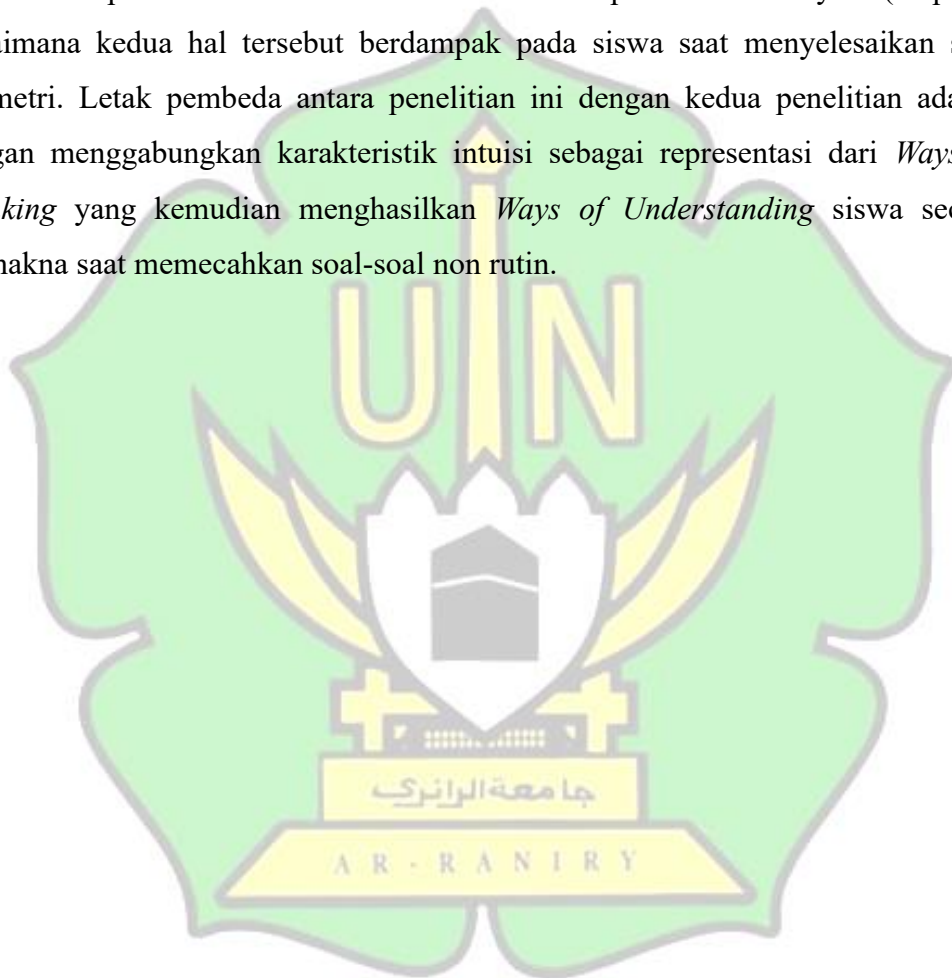
2. Wilda Syam Tonra, dkk (2023). “*Mathematical Thinking Dan Kaitannya Dengan Ways of Understanding, Ways of Thinking: Sebuah Kajian Pustaka.*” Dalam penelitian ini Harel & Sowder mengatakan bahwa *Ways of Understanding* adalah penyampaian penalaran yang berlaku dalam situasi matematika. Di sisi lain, *Ways of Thinking* mengatur cara seseorang berpikir dan dengan demikian menyampaikan penalaran yang tidak spesifik untuk satu situasi tertentu tetapi berlaku untuk banyak situasi. Keyakinan (*beliefs*), pendekatan pemecahan masalah (*problem solving approaches*) dan skema pembuktian adalah tiga kategori yang saling terkait dari cara berpikir seseorang.¹⁶

Fokus kedua penelitian ini adalah untuk mengkaji proses kognitif matematis pada siswa. Berikut ini adalah rincian fokus dari masing-masing penelitian:

1. Penelitian Dellan Anggun Prameswari dan Muniri. Secara spesifik Secara spesifik berfokus pada pendeskripsian karakteristik berpikir intuitif yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Fokus utamanya adalah mengeksplorasi bagaimana karakteristik intuisi tersebut (seperti *self-evidence, globality, theory status*, dsb.) muncul dan bekerja pada masing-masing jenjang kemampuan matematika siswa (tinggi, sedang, dan rendah) pada materi relasi dan fungsi.
2. Penelitian Wilda Syam Tonra, dkk. Berfokus pada pemetaan teoretis hubungan antara berpikir matematis dengan kerangka *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking*. Fokus utamanya adalah mendefinisikan *Ways of Understanding* sebagai penalaran yang berlaku dalam situasi tertentu, sementara *Ways of Thinking* sebagai pola penalaran yang lebih umum. Selain itu, penelitian ini berkonsentrasi pada tiga kategori *Ways of Thinking* yang saling terkait; keyakinan (*beliefs*), pendekatan pemecahan masalah, dan skema pembuktian.

¹⁶ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

Kedua penelitian tersebut memberikan landasan bagi peneliti untuk menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dalam memaparkan secara rinci proses berpikir siswa. Ada perbedaan fokus yang nyata, penelitian pertama berkonsentrasi pada deskripsi gejala munculnya ide spontan (*intuisi*) siswa ditinjau dari kemampuan matematikanya, sedangkan penelitian kedua berkonsentrasi pada struktur dan kategorisasi aksi mental (*Ways of Thinking & Ways of Understanding*). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan secara nyata (empiris) bagaimana kedua hal tersebut berdampak pada siswa saat menyelesaikan soal geometri. Letak pembeda antara penelitian ini dengan kedua penelitian adalah dengan menggabungkan karakteristik intuisi sebagai representasi dari *Ways of Thinking* yang kemudian menghasilkan *Ways of Understanding* siswa secara bermakna saat memecahkan soal-soal non rutin.



BAB II

LANDASAN TEORI

A. Hakikat Matematika dan Pembelajarannya

a. Hakikat Matematika

Matematika adalah salah satu cabang pendidikan yang sangat penting untuk meningkatkan kualitas pendidikan.¹ Saat ini, matematika sangat penting untuk dipelajari karena perkembangannya dipengaruhi oleh banyak bidang lain, seperti ilmu pengetahuan dan teknologi. Hal ini juga sejalan dengan penelitian yang mengatakan bahwa matematika sangat penting untuk pengembangan IPTEK (Ilmu Pengetahuan dan Teknologi).² Matematika berasal dari kata Yunani "*mathein*" atau "*mathenein*" yang berarti mempelajari. Hal ini juga memiliki hubungan dengan kata Sanskerta "*medha*" atau "*widya*" yang berarti "kepandaian", "ketahuan", atau "intelektensi." Namun, ada juga yang berpendapat bahwa istilah matematika lebih tepat digunakan untuk ilmu pasti, karena dengan menguasai matematika orang akan belajar mengatur cara mereka berpikir dan sekaligus meningkatkan keterampilan mereka.³

Matematika berasal dari pengalaman manusia secara empiris. Pengalaman ini kemudian diproses dalam dunia rasio, dianalisis dengan penalaran di dalam struktur kognitif dan dibentuk menjadi konsep matematika yang mudah dipahami dan dimanipulasi oleh orang lain. Untuk mencapai tujuan ini, bahasa matematika atau notasi matematika yang memiliki nilai global (universal) digunakan. Karena matematika adalah hasil dari proses berpikir, logika adalah dasar dari matematika. Para ahli memberikan pendapat tentang subjek berdasarkan pengetahuan, keterampilan, dan pengalaman mereka sendiri.

¹ Sitepu, S. (2019). Efektivitas Bahan Ajar Dengan Alur Model Pembelajaran Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Prodi Matematika Uhn. *Sepren*, 1(01), 38-47.

² Hikmah, S. N., & Saputra, V. H. (2023). Korelasi motivasi belajar dan pemahaman matematis terhadap hasil belajar matematika. *Mathema: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 42-57.

³ Abidin, Z. (2017). Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika. *Malang: Inteligencia Media*.

Matematika adalah ilmu yang mempelajari bentuk, susunan, besaran, dan cara konsep berhubungan satu sama lain. Geometri, aljabar, dan analisis adalah tiga cabang utama matematika. Matematika dapat dikatakan sebagai alat untuk berpikir dan bernalar karena digunakan untuk menentukan apakah suatu gagasan benar atau salah atau paling tidak mungkin benar. Dari berbagai perspektif, matematika dianggap sebagai ilmu pasti, ilmu murni, dan sebagai matematika sekolah. Berikut adalah beberapa definisi matematika menurut para ahli:⁴

1. Russefendi

Matematika sering disebut ilmu deduktif karena terdiri dari aksioma, unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi dan dalil-dalil yang berlaku secara umum setelah dibuktikan benar.

2. James dan James.

Matematika adalah bidang yang menyelidiki logika, termasuk bentuk, susunan, besaran, dan konsep yang saling berhubungan. Geometri, aljabar, dan analisis adalah tiga komponen utama matematika, tetapi ada juga yang berpendapat bahwa matematika terdiri dari empat bagian: aritmatika, aljabar, geometris, dan analisis yang mencakup teori bilangan dan statistika.

3. Johnson dan Rising dalam Russefendi.

Matematika adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat untuk menunjukkan idenya dengan simbol, lebih berupa bahasa simbol daripada bahasa bunyi. Matematika adalah ilmu pengetahuan tentang keteraturan pola atau ide, sifat-sifatnya dalam teori-teori dibuat secara deduktif berdasarkan unsur yang tidak didefinisikan dan matematika adalah seni keindahannya terletak pada keterurutan dan keharmonisan.

4. Reys - dkk

Matematika adalah analisis hubungan dan pola, seni, bahasa, dan alat.

5. Kline

Matematika membantu manusia memahami dan menguasai masalah alam, sosial, dan ekonomi, tetapi itu bukan pengetahuan yang sempurna secara eksklusif.

⁴ Rahmah, N. (2013). Hakikat pendidikan matematika. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 1(2), 1-10.

Matematika sering dianggap sebagai ilmu pasif yang berfokus pada hasil atau rumus, pada kenyataannya matematika merupakan sebuah proses yang dinamis yang melibatkan aksi mental dan cara berpikir, pada dasarnya hakikat matematika dapat dilihat dari dua sisi yang saling melengkapi yaitu sebagai produk dan proses.⁵ Dalam dunia Pendidikan modern, hal itu disebut sebagai konsep dari *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding*. Metode berpikir yang digunakan seseorang untuk menyelesaikan masalah matematika disebut *Ways of Thinking*. WoT bukanlah hasil melainkan proses yang melibatkan berbagai aktivitas kognitif, seperti penalaran, analisis, dan berpikir intuitif.

Matematika dapat dikatakan menarik karena dianggap sebagai aktivitas dan bukan sekadar hafalan. Sedangkan *Ways of Understanding* adalah hasil atau produk dari proses berpikir (WoT). WoU bukan hanya kemampuan untuk menyelesaikan tugas, tetapi juga memiliki pemahaman konseptual yang mendalam tentang “mengapa” sebuah konsep berfungsi. Oleh karena itu, WoT berfungsi sebagai jembatan yang membantu siswa untuk membangun WoU yang kokoh. Ketika seseorang melakukan aktivitas mental, mereka dapat disebut sebagai pemikir.

Contoh aktivitas mental termasuk menafsirkan, mendefinisikan, menghitung, menduga, menyimpulkan, membuktikan, menyusun, melambangkan, mengubah, generalisasi, menerapkan, pemodelan, menghubungkan, memprediksi, merumuskan, mengklasifikasikan, mencari, mengantisipasi, dan memecahkan masalah. Siswa akan memiliki kemampuan untuk memahami ide secara mental dan menggunakannya untuk memecahkan masalah matematis ketika mereka dapat membangun cara berpikir mereka sendiri. Dalam situasi masalah yang melibatkan proses mental yang selalu berubah, pemahaman merupakan landasan penting untuk mempertimbangkan bagaimana setiap komponen berhubungan satu sama lain.

Harel & Sowder (dalam Tonra dkk, 2023) menyatakan bahwa tiga kegiatan matematika utama yang saling terkait berikut membedakan WoT dan WoU:⁶

⁵ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

⁶ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

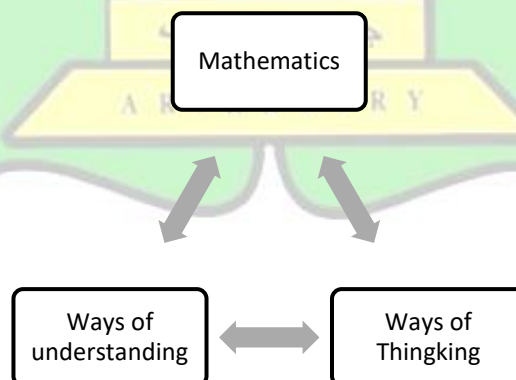
Makna dari *Ways of Thinking* mengacu pada tiga hal berikut ini:

1. Memahami konten matematika, seperti membaca teks atau mendengarkan orang lain
2. Melakukan investigasi sama halnya seperti memecahkan masalah.
3. Menetapkan kebenaran seperti menegaskan atau menentang.

Sehubungan dengan ketiga jenis kegiatan matematika di atas, istilah *Ways of Understanding* mengacu pada:⁷

1. Makna atau interpretasi tertentu yang diberikan seseorang terhadap suatu ide, serta hubungan antara ide, pernyataan atau masalah.
2. Solusi khusus untuk masalah.
3. Bukti khusus yang diberikan oleh seseorang untuk menetapkan atau menentang pernyataan matematika.

Pandangan Guershon Harel, yang dikenal sebagai Model Triadic atau Prinsip Dualitas, sejalan dengan hubungan erat antara WoT dan WoU ini. Harel mengatakan bahwa matematika terdiri dari dua bagian yang sama: matematika sebagai proses dan matematika sebagai objek mental (pemahaman). Kedua kategori ini ditunjukkan pada gambar berikut:⁸



Gambar 2. 1 Matematika Gabungan Kategori Pengetahuan, WoT dan WoU.

⁷ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

⁸ Nurhasanah, H., Turmudi, T., & Jupri, A. (2021). Karakteristik ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) siswa berdasarkan teori harel. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 3(1), 105-113.

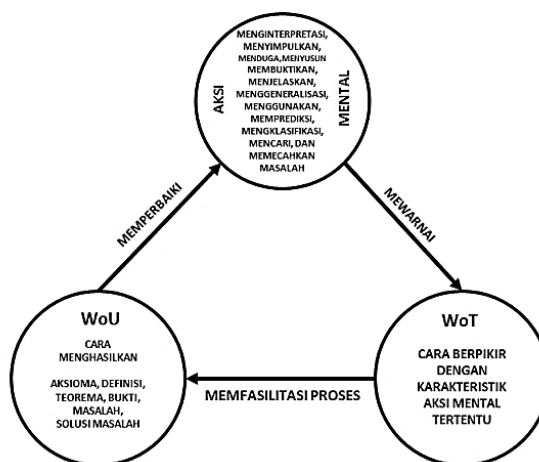
Menurut Harel, pengamatan pernyataan dan tindakan manusia dapat digunakan untuk mempelajari tindakan mental manusia. Pernyataan dan tindakan seseorang dapat merupakan hasil kognitif dari tindakan mental yang mereka lakukan. Hal tersebut adalah produk dari cara seseorang memahami tindakan mental itu. Pengamatan berulang terhadap cara seseorang memahami tindakan mental itu dapat mengungkapkan karakteristik kognitif tertentu dari tindakan tersebut.⁹ Karakteristik seperti itu disebut sebagai cara berpikir yang berkaitan dengan tindakan. Suryadi membuat model Triadic Aksi Mental-WoT-WoU untuk menjelaskan hubungan antara WoU, WoT, dan Aksi Mental.¹⁰

Proses awal terjadinya aksi mental adalah tidak teratur atau secara acak, tetapi pada akhirnya akan terjadi proses penyusunan kembali, yang menghasilkan alur berpikir yang saling bersambung. Proses berpikir inilah yang kemudian membentuk *Ways of Thinking*, yang mengarah pada salah satu target yang merupakan objek mental yang dihitung secara matematis. Pemahaman (WoU) dicapai melalui proses pembentukan alur pikir, di mana bagian dari proses tersebut bersentuhan dengan konteks tertentu sehingga membentuk makna (bersifat konsep, prinsip, fakta, dan penerapannya). Pemerolehan makna serta kemampuan menggunakannya dalam pemecahan masalah, akan perbaikan proses berdampak aksi pada mental selanjutnya.¹¹

⁹ Harel, G. (2008). What is Mathematics? A Pedagogical Answer to. *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy*, 59, 265.

¹⁰ Suryadi, D (2019). *Penelitian desain didaktis (DDR) dan implementasinya.*, Gapura Press Bandung.

¹¹ Sari, FA, Marlissa, I, & Dahlan, JA (2019). Analisis ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) pada buku teks pelajaran matematika SMP kelas vii materi bilangan. *Jurnal Pendidikan Matematika*.



Gambar 2. 2 Ilustrasi Model Aksi Mental-WoT-WoU

Model Triadic Aksi mental-WoT-WoU adalah tiga komponen utama proses berpikir matematika yang saling memengaruhi satu sama lain, seperti yang dijelaskan pada gambar di atas.

1. Aksi Mental

Ini adalah awal siklus, semua tindakan mental yang dilakukan seseorang disebut sebagai aksi mental. Pada awalnya, proses ini mungkin terjadi secara tidak teratur atau acak, tetapi seiring waktu, akan ada penyusunan kembali yang akan menghasilkan alur berpikir yang terstruktur. Menginterpretasi, menyimpulkan, menduga, membuktikan, dan memecahkan masalah adalah beberapa contoh tindakan mental.

2. *Ways of Thinking*

Ways of Thinking atau cara berpikir berasal dari proses penyusunan kembali dalam tindakan mental. WoT mewarnai tindakan mental, artinya cara berpikir seseorang akan memengaruhi jenis dan kualitas tindakan mental yang ia lakukan. Misalnya, cara berpikir analitis akan mendorong tindakan mental yang terstruktur, sementara cara berpikir intuitif dapat menghasilkan tindakan mental yang spontan.

3. *Ways of Understanding*

WoT yang sudah terbentuk akan memfasilitasi proses untuk mencapai *Ways of Understanding*. WoU adalah produk atau hasil dari cara berpikir tersebut dan mengacu pada pemahaman yang terbentuk dari proses pembentukan alur pikir dan

konteks tertentu yang membentuk makna, seperti fakta, konsep, dan prinsip. Model ini menunjukkan bahwa siklus terus berlanjut. Setelah seseorang memperoleh pemahaman (WoU), pemahaman tersebut akan menjadi dasar untuk memperbaiki aktivitas mental selanjutnya. Dengan kata lain, jika siswa sudah memahami konsep (WoU) secara mendalam, mereka akan menggunakan pemahaman tersebut untuk melakukan aktivitas mental yang lebih sistematis dan efektif saat memecahkan masalah lain.

Tabel 2. 1 Indikator *Ways of Thinking* dalam menyelesaikan masalah.¹²

Indikator
1. Siswa mampu menggunakan strategi dengan efektif dan efisien.
2. Cara siswa berpikir dalam menyelesaikan masalah bergantung pada pemahaman yang baik tentang ide, memvalidasi proses, dan mendapatkan pernyataan yang benar.
3. Siswa dapat menyelesaikan masalah dengan menggunakan dan menghubungkan konsep yang mereka ketahui.

Tabel 2. 2 Indikator *Ways of Understanding* dalam menyelesaikan masalah.¹³

Indikator
1. Siswa dapat memahami masalah secara menyeluruh dan tepat.
2. Siswa mampu memilih ide dan algoritma yang tepat.
3. Siswa dapat cepat dan tepat menjelaskan konsep secara lisan dan tulisan.
4. Siswa mampu mengaitkan antar konsep dalam menyelesaikan masalah secara logis

1. Hubungan Intuisi dengan WoT dan WoU

Ways of Thinking dan *Ways of Understanding* adalah dua kategori pengetahuan dalam pendidikan matematika yang saling memengaruhi. *Ways of Thinking* pada dasarnya adalah metode kognitif atau cara berpikir yang digunakan seseorang untuk menyelesaikan masalah, sedangkan *Ways of Understanding* adalah pemahaman yang muncul sebagai hasil dari proses berpikir tersebut. Berpikir intuitif adalah

¹² Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

¹³ Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.

salah satu bentuk WoT yang sangat penting dan menjadi fokus utama penelitian ini. Intuisi adalah pola pikir yang memungkinkan seseorang untuk memahami sesuatu secara spontan dan langsung. Berpikir intuitif dapat membantu siswa beralih dari pengetahuan prosedural ke pengetahuan konseptual. Intuisi, WoT, dan WoU berhubungan erat satu sama lain. Pemahaman intuitif biasanya merupakan langkah pertama dalam proses pemahaman konsep. Saat siswa menghadapi ide atau masalah baru, intuisi sebagai bagian dari WoT akan memungkinkan mereka untuk membuat hipotesis awal atau melihat hubungan antara ide baru dan pengetahuan yang sudah mereka miliki sebelumnya. Ini adalah sistem bawaan yang dapat melindungi siswa dari kesalahan konsep.

Oleh karena itu, WoT yang kuat, termasuk intuisi, berfungsi sebagai jembatan yang membantu siswa membangun WoU yang kokoh. Siswa yang sering menggunakan WoT intuitif cenderung membentuk WoU yang lebih mendalam dan konseptual karena mereka tidak terfokus pada prosedur atau hafalan rumus, tetapi memiliki intuisi yang kuat yang memungkinkan mereka melihat hubungan dan pola antar konsep. Siswa akan lebih baik dalam memahami konsep secara mental dan menggunakannya untuk memecahkan masalah matematis jika mereka dapat mengembangkan cara berpikir ini.

b. Hakikat Pembelajaran Matematika

Matematika adalah bagian pendidikan yang bertujuan untuk mengubah siswa ke arah yang lebih baik dengan memasukkan tujuan pembelajaran mereka ke dalam alur pembelajaran mereka. Pendidikan matematika yang ideal tidak hanya memberikan pengetahuan tetapi juga membangun kemampuan pemecahan masalah yang kreatif dan kritis. Dalam pembelajaran matematika, siswa harus diajak untuk aktif mengembangkan pengetahuan mereka sendiri, bukan sekadar mendapatkan informasi.

Hal ini sejalan dengan konstruktivisme yang menekankan peran aktif pembelajaran dalam membentuk pemahaman kita tentang apa yang kita lakukan. Para ahli matematika sangat memperhatikan penggunaan imajinasi, intuisi, dan penalaran untuk memperoleh ide baru dan memecahkan masalah yang rumit. Proses pembelajaran harus menciptakan lingkungan yang memungkinkan siswa untuk

berekplorasi, berhipotesis, dan memvalidasi gagasan mereka, termasuk gagasan yang muncul secara intuitif. Mereka menyukai ide-ide baru, mencoba memecahkan masalah, dan mengungkapkan ide-ide tersebut dengan jelas dan ringkas. Proses di mana orang atau organisasi mengambil dan memahami ide, metode, dan konsep matematika dikenal sebagai pembelajaran matematika. Mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis, dan kritis serta kemampuan memecahkan masalah dengan angka, bentuk, dan pola merupakan tujuan mempelajari matematika. Selain itu, pembelajaran matematika juga memiliki tujuan untuk mengembangkan dua jenis keterampilan yakni *hard skills* dan *soft skills*.¹⁴

Tujuan pembelajaran matematika belum tercapai sepenuhnya karena banyak masalah dan hambatan yang muncul dalam prosesnya. Kualitas pembelajaran matematika di Indonesia masih rendah karena banyak masalah dalam proses pembelajaran. Hal ini ditunjukkan oleh hasil penelitian *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), yang dilakukan setiap empat tahun sekali untuk mengevaluasi kemajuan dalam pembelajaran matematika dan sains. Hasil menunjukkan bahwa Indonesia menempati peringkat ke-45 dari 50 negara dalam hal prestasi matematika, menunjukkan bahwa pendidikan matematika di negara ini membutuhkan peningkatan.¹⁵

Menurut Santos-Trigo, Pembelajaran matematika harus difokuskan pada pemahaman konsep dan prinsip matematika, yang kemudian diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika, masalah dalam disiplin ilmu lain, dan masalah dalam kehidupan sehari-hari.¹⁶ Pengetahuan matematika dipengaruhi oleh dua kategori pengetahuan yaitu, pemahaman dan pemikiran. Sebagaimana dinyatakan oleh Harel, bagian pertama terdiri dari struktur atau kelompok yang terdiri dari *Ways of Understanding* yang terdiri dari definisi, aksioma, teorema, bukti, masalah,

¹⁴ Hendriana, H., Prahmana, R. C. I., Ristiana, M. G., Rohaeti, E. E., & Hidayat, W. (2022). The theoretical framework on humanist ethno-metaphorical mathematics learning model: An impactful insight in learning mathematics. In *Frontiers in Education* (Vol. 7, p. 1030471). Frontiers Media SA.

¹⁵ Sulung, U., & Muspawi, M. (2024). Jurnal Edu Research Indonesian Institute For Corporate Learning And Studies (IICLS) Page 25. *Jurnal Edu Research: Indonesian Institute For Corporate Learning And Studies (IICLS)*, 5(2), 28-33.

¹⁶ Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM–Mathematics Education*, 56(2), 211-222.

dan solusi. Pada bagian kedua, semua cara berpikir disebut *Ways of Thinking*, di mana WoT adalah ciri dari tindakan mental yang dilakukan oleh seseorang. Produk dari WoT adalah semua cara memahami atau WoU, sedangkan produknya adalah semua cara memahami atau WoU.¹⁷ Guna tercapainya pembelajaran matematika yang efektif, sangat penting untuk memfasilitasi pengembangan *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* pada siswa SMP/MTS, bagaimana cara mereka berpikir serta memproses informasi matematis dan bagaimana cara mereka memahami konsep matematis.

Salah satu WoT yang sangat penting adalah berpikir intuitif, sebagaimana kita tau bahwasanya para ahli sangat memperhatikan penggunaan imajinasi dan intuisi untuk memperoleh ide baru dan memecahkan masalah yang rumit dari pengembangan WoT maka akan dapat membentuk WoU. Siswa yang sering menggunakan WoT intuitif akan cenderung membangun WoU yang lebih mendalam dan konseptual, di mana pemahaman siswa yang mendalam akan terbentuk ketika siswa tidak terfokus pada prosedur dan menghafal rumus dan memiliki intuisi yang kuat (WoT) yang memungkinkan mereka untuk melihat antara hubungan dan pola.

Proses berpikir siswa dapat berbeda-beda karena dipengaruhi oleh skema yang dibuat, kemampuan matematika mereka, dan pemahaman mereka tentang ide. Untuk memahami cara berpikir siswa yang berbeda, peran guru sangat penting dalam proses pembelajaran di kelas. Jika guru dapat mengelola proses pembelajaran, baik dari materi pembelajaran maupun meningkatkan aktivitas siswa dalam matematika, kemampuan matematika siswa akan tumbuh lebih baik.¹⁸ Pada penelitian ini peneliti akan menunjukkan bagaimana hubungan WoT intuitif siswa

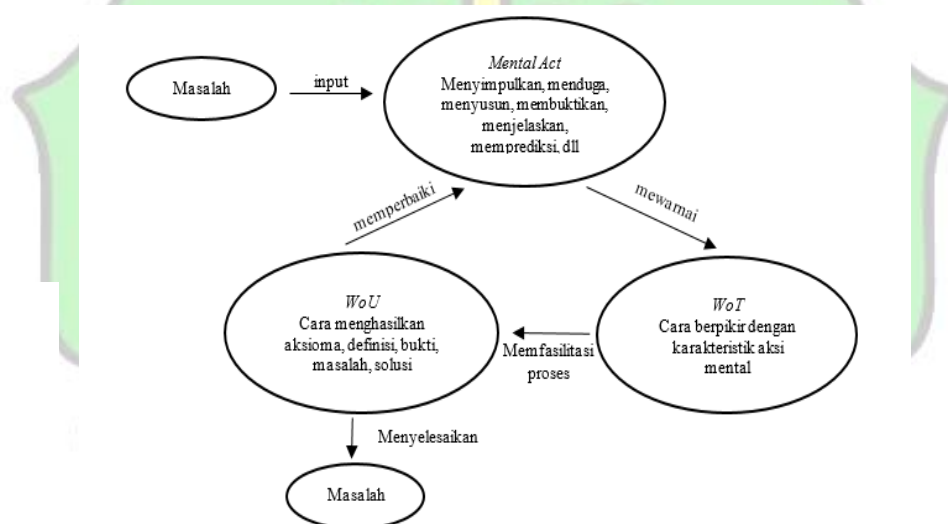
¹⁷ Mefiana, S. A., & Herman, T. (2023). Karakteristik Ways of Thinking dan Ways of Understanding Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan. *Journal on Mathematics Education Research (J-MER)*, 4(2), 139-148.

¹⁸ Nurhasanah, H., Turmudi, T., & Jupri, A. (2021). Karakteristik ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) siswa berdasarkan teori harel. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 3(1), 105-113.

dapat memengaruhi WoU mereka dan akan meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematika.

c. Tujuan Pembelajaran Matematika

Untuk mewujudkan hakikat matematika yang utuh, pembelajaran di sekolah harus memiliki tujuan yang terstruktur dan jelas. Oleh karena itu, pada sub bab ini akan membahas berbagai tujuan pembelajaran matematika yang relevan dengan Pendidikan di Indonesia. Belajar matematika adalah aktivitas yang dilakukan melalui titik-titik simpul model triadic (Mental Act-WoT-WoU). Tujuan dari belajar matematika adalah untuk memperoleh makna sesuai dengan obyek matematis (definisi, teorema, masalah, dan solusi) yang menjadi target dan mampu menggunakannya untuk memecahkan masalah.



Gambar 2. 3 Pola Belajar Matematika dalam Siklus Triadic

Secara umum tujuan pembelajaran matematika mencakup:

1.1. Pemahaman Konsep

Dalam pembelajaran matematika objek adalah fakta, konsep, prinsip dan *skills*, objek menjadi perantara bagi siswa agar mampu membangun pemahaman konsep yang mendalam, sehingga mereka tidak hanya menggunakan prosedur dan menghafal rumus, tetapi mereka mampu memahami makna dibalikny. Dalam

penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004, dijelaskan bahwa tingkat pemahaman siswa tentang konsep matematika adalah mampu.¹⁹

1. Menyatakan ulang sebuah konsep.
2. Mengategorikan objek menurut karakteristik tertentu yang sesuai dengan konsepnya.
3. Memberi contoh dan bukan contoh dari sebuah konsep.
4. Menampilkan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis.
5. Menciptakan persyaratan yang diperlukan cukup dari suatu konsep.
6. Menggunakan dan memanfaatkan serta memilih prosedur atau operasi tertentu.
7. Mengaplikasikan konsep atau algoritma untuk pemecahan masalah.

1.2. Menggunakan Metode Penalaran Pola dan Sifat

Penalaran adalah kemampuan berpikir untuk menarik kesimpulan dalam rangka membuat suatu pernyataan yang telah dibuktikan benar. Matematika dan penalaran adalah dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Matematika dipelajari melalui penalaran dan penalaran dipelajari melalui materi matematika. Penalaran deduktif dan induktif adalah dua jenis penalaran. Penalaran induktif adalah cara berpikir yang menggabungkan fakta dari kejadian khusus yang sudah diketahui untuk mencapai kesimpulan yang umum.

Penalaran deduktif di sisi lain adalah cara berpikir untuk membuat kesimpulan tentang hal khusus berdasarkan hal umum yang telah dibuktikan valid. Departemen Pendidikan mengatakan, “unsur utama pekerjaan matematika adalah penalaran deduktif yang bekerja atas dasar asumsi, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya.”²⁰

¹⁹ Wardhani, S. (2008). Paket fasilitasi pemberdayaan KKG/MGMP matematika. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika.

²⁰ Wardhani, S. (2008). Analisis SI dan SKL mata pelajaran matematika SMP/MTs untuk optimalisasi tujuan mata pelajaran matematika. Yogyakarta: PPPPTK.

1.3. Memecahkan masalah matematika

Salah satu kemampuan yang sangat diharapkan ketika belajar matematika adalah siswa menguasai kemampuan memecahkan masalah, siswa disiapkan untuk memiliki kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan inovatif dalam menghadapi tantangan di era digital. Kemampuan memecahkan masalah dapat melatih siswa untuk mengembangkan sikap berpikir kritis ketika menganalisis soal, membedah informasi dan merumuskan strategi yang paling efektif. Dalam penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor pernah diuraikan bahwa indikator siswa memiliki kemampuan dalam pemecahan masalah adalah mampu:²¹

1. Menunjukkan pemahaman masalah.
2. Mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan untuk pemecahan masalah.
3. Menyajikan masalah dalam berbagai bentuk matematik.
4. Memilih strategi dan pendekatan pemecahan masalah secara tepat.
5. Mengembangkan strategi pemecahan masalah.
6. Membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah.
7. Menyelesaikan masalah yang tidak rutin.

d. Konsep Matematika

Matematika terdiri dari serangkaian ide abstrak, yang dikenal sebagai konsep. Konsep matematika merupakan rangkaian dari sebab akibat, konsep matematika disusun berdasarkan konsep-konsep sebelumnya dan akan menjadi dasar dari konsep selanjutnya, maka dari itu penguasaan terhadap matematika mutlak dan sangat diperlukan. Sebagaimana kita tahu bahwa konsep-konsep dalam matematika tersusun secara logis dan terstruktur dimulai dari konsep yang sangat sederhana sampai kepada konsep yang cukup kompleks.

²¹ Wardhani, S. (2008). Paket fasilitasi pemberdayaan KKG/MGMP matematika. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika.

Salah satu tujuan dari pembelajaran matematika adalah kemampuan untuk memahami konsep matematika yang baik. Pemahaman konsep menjadi sangat fundamental, karena konsep adalah dasar bagi semua materi matematika, proses pemahaman konsep sering kali diawali dengan pemahaman intuitif. Pemahaman konsep adalah penguasaan sejumlah materi pembelajaran yang siswa tidak hanya mengenal dan mengetahui, tetapi juga mampu mengungkapkan kembali dalam bahasa yang mudah dipahami dan mengaplikasikannya.²² Intuisi berkontribusi pada proses memahami konsep matematika. Intuisi adalah “jembatan” yang dapat digunakan siswa untuk beralih dari pengetahuan prosedural ke pengetahuan konseptual. Berikut hubungan antara konsep matematika dengan intuisi:

1.1. Intuisi sebagai pemandu konsep

Intuisi dapat memperkuat pengetahuan siswa dari pengalaman yang sudah ada, di saat siswa dihadapkan dengan konsep baru, intuisi akan memungkinkan mereka untuk membuat dugaan awal atau merasakan keterkaitan antara konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya, bahkan sebelum mereka memiliki bukti yang formal. Intuisi membantu siswa untuk menyaring informasi ketika ada ide atau solusi yang terasa salah oleh intuitif, mereka akan cenderung mencari cara lain untuk memecahkan masalah tersebut, hal ini merupakan mekanisme bawaan yang dapat melindungi siswa dari kesalahan konseptual. Pemahaman intuitif yang kuat akan menjadi fondasi bagi pemahaman yang terkonsep.

1.2. Intuisi dapat memperkuat konsep

Intuisi tidak hanya memandu siswa untuk menuju pemahaman konsep, namun intuisi juga memperkuat pemahaman konsep agar lebih kokoh dan fleksibel. Intuisi memberikan “perasaan yakin” bahwa suatu konsep tersebut benar. Perasaan yakin ini muncul dari dalam diri siswa, bukan karena dihafal atau dibuktikan dengan formal. Keyakinan internal ini membuat konsep terasa sudah jelas dengan sendirinya (*self-evident*). Dengan adanya intuisi ini siswa tidak akan mudah goyang. Intuisi dapat mempercepat proses pembelajaran, ketika seorang siswa

²² Fadzillah, N (2016). *Analisis kesulitan pemahaman konsep matematika siswa kelas VII SMP.*, repository.umpwr.ac.id, <https://repository.umpwr.ac.id/handle/123456789/2573>

memiliki pemahaman intuitif yang kuat, mereka tidak perlu menghabiskan waktu hanya untuk sekedar menghafal rumus, mereka langsung dapat memahami konsep utama dari masalah yang diberikan, hal ini dapat meningkatkan proses belajar yang cepat dan efisien.

e. Manfaat dan Pentingnya Pemecahan Masalah Matematika

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah sangat penting bagi siswa sejak dini karena mereka dapat mengaitkan pelajaran matematika dengan manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari. Menurut Polya siswa setiap hari dihadapkan pada masalah, baik disadari maupun tidak. Ini menunjukkan mengapa pemecahan masalah sangat penting bagi siswa. Karena itu, pembelajaran pemecahan masalah sangat penting untuk membangun kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah dalam bidang yang luas dan sempit. Tidak banyak orang yang menyadari betapa pentingnya memecahkan masalah matematika dalam kehidupan sehari-hari. Memecahkan masalah matematika adalah proses menerapkan pengetahuan matematika yang telah dipelajari sebelumnya ke situasi baru.

Karakter matematika yang menakutkan dan sulit bagi siswa dapat menyebabkan kemampuan pemecahan masalah yang buruk.²³ Ada anak-anak yang hanya menyukai matematika pada awalnya. Mereka belajar konsep matematika dasar. Meskipun idenya sederhana, siswa merasa bangga ketika mereka dapat menyelesaikan masalah tersebut. Semakin tinggi sekolah, pelajaran matematika menjadi semakin sulit bagi siswa, yang mengakibatkan penurunan minat mereka. Selain itu, banyak siswa yang kesulitan memahami konsep matematika sederhana. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Siswanto dkk, siswa sering kesulitan menyelesaikan soal matematika karena mereka tidak memiliki kemampuan pemecahan masalah dan tidak tahu langkah-langkah pengerjaan yang harus

²³ Wulandari, R., Suwanto, S., & Novaliyosi, N. (2021). Upaya meningkatkan pemahaman konsep geometri ruang pada pembelajaran daring dengan model discovery learning. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 197-206.

dilakukan.²⁴ Matematika adalah kompetisi inti yang memberikan siswa berbagai kemampuan untuk memecahkan masalah. Berikut Manfaat pemecahan masalah matematika:

1. Meningkatkan pemahaman siswa terhadap materi yang telah dipelajari.
2. Meningkatkan kemampuan siswa untuk menggunakan ide-ide yang telah dipelajari dalam berbagai situasi nyata.
3. Meningkatkan kemampuan mereka untuk menganalisis situasi dan dapat menjelaskan dengan mudah bagian-bagian penting.

Dalam penelitian ini, kemampuan pemecahan masalah matematika menggunakan intuisi akan sangat diamati dalam konteks materi geometri yang akan menuntut siswa untuk memecahkan masalah non-rutin.

B. Hakikat Intuisi Matematis

a. Pengertian Intuisi Matematis

Dalam proses memecahkan masalah matematika, siswa harus dapat menyelesaikan soal dengan cepat, tepat, dan benar. Siswa dengan kemampuan matematika yang tinggi akan menyelesaikan soal dengan cepat, sedangkan siswa dengan kemampuan matematika rendah akan kesulitan menyelesaikan soal dan terkadang mereka perlu alat bantu seperti coret-coret atau gambar. Ini adalah bagian dari berpikir intuitif. Dalam kehidupan sehari-hari, orang sering menggunakan istilah “intuisi” sebagai kerangka aksioma yang berfokus pada perasaan mereka. Namun, ada beberapa orang yang mengartikan intuisi sebagai imajinasi, perasaan, atau perasaan.²⁵ Berpikir intuisi adalah sebuah proses pikiran yang muncul secara spontan, secara cepat dan global sebagai cara untuk mencari pemahaman dan solusi terbaik dalam menghadapi masalah, sehingga dapat menghasilkan jawaban yang

²⁴ Siswanto, R. D., Dadan, D., Akbar, P., & Bernard, M. (2018). Penerapan model pembelajaran kooperatif tipe auditorial, intellectually, repetition (air) untuk meningkatkan pemecahan masalah siswa smk kelas xi. *Journal on Education*, 1(1), 66-74.

²⁵ Abidin, Z. (2017). Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika. *Malang: Inteligencia Media*.

tepat.²⁶ Intuisi secara etimologis berasal dari bahasa latin “*intueri*”, yang berarti melihat jauh lebih dalam (*insight*). Intuisi disebut sebagai “jembatan” untuk membantu siswa ketika mencoba menyelesaikan masalah, dengan adanya proses intuisi siswa dapat menemukan jawaban yang diinginkan. Seseorang yang berpikir intuitif tidak memerlukan pembuktian secara empiris, namun biasanya memerlukan pertimbangan empiris. Berpikir intuitif adalah proses berpikir yang muncul secara tiba-tiba, melibatkan perasaan, dan langkah-langkah tidak teratur yang dilakukan seseorang untuk mendapatkan jawaban, kesimpulan, atau argumen melalui pemikiran yang secara spontan atau tiba-tiba, menggunakan perasaan, dan tanpa memeriksa kebenarannya.²⁷

Intuisi dibangun berdasarkan unsur-unsur tertentu. Dalam model intuisi, ada tiga unsur yang terdiri dari kedekatan (segera), penginderaan hubungan, dan alasan. Setiap unsur interaktif menyumbangkan aspek tertentu dari intuisi: komponen kedekatan dan hubungan menyumbangkan wawasan; komponen hubungan dan alasan menyumbangkan pemikiran metaforis dan analogis; dan komponen kedekatan dan alasan menyumbangkan jenis penalaran berbeda.²⁸ Pemikiran intuitif siswa dapat digunakan sebagai pendekatan pembelajaran matematika yang berbeda dengan pendekatan pembelajaran lainnya.

Intuisi dapat meningkatkan keterampilan pemecahan masalah dan berpikir kreatif, konsep dasar dari berpikir intuitif adalah dengan menggunakan pengetahuan sebelumnya sebagai acuan untuk pemahaman yang sedang dan yang akan dipelajari selanjutnya. Dalam mengembangkan keterampilan berpikir, peserta didik hendaknya dilatih dan dibiasakan untuk mengasah kreativitas berpikir dan bernalar melalui proses pengambilan keputusan secara cepat dan tepat dengan

²⁶ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91

²⁷ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91

²⁸ Baylor, A. L. (1997). A three-component conception of intuition: Immediacy, sensing relationships, and reason. *New ideas in psychology*, 15(2), 185-194.

melibatkan kemampuan berpikir intuitifnya.²⁹ Kemampuan berpikir intuisi merupakan aspek yang sangat penting bagi peserta didik, karena dijadikan modal untuk memahami konsep-konsep matematika dengan benar dan masuk akal, baik prosesnya melalui menduga atau dengan pembuktian. Hampir semua peserta didik, ketika mencoba memahami atau menyelesaikan masalah matematika, membutuhkan waktu dan strategi penyelesaian yang berbeda. Ketika pembelajaran matematika disampaikan melalui pendekatan analitik, yaitu pendekatan yang menekankan dengan rumus dan prosedur respons siswa cenderung tidak antusias dan tidak termotivasi untuk mengikuti pembelajaran. Karena menarik bagi para ahli, intuisi menjadi subjek yang menarik untuk dipelajari dan diteliti. Akibatnya, ada aliran dalam filsafat yang dikenal sebagai intuisiisme, yang khusus mengkaji intuisi secara lebih mendalam.

Fischbein adalah seorang ahli yang juga mendedikasikan hidupnya untuk mempelajari intuisi. Fischbein mengemukakan pandangannya tentang intuisi dengan menampilkan jenis-jenis intuisi yang memiliki karakteristik unik, seperti langsung (jelas), keyakinan dalam diri sendiri, kekerasan, ekstrapolasi, dan global. Menurut Fischbein, intuisi juga memengaruhi pola pikir seseorang, dan sifat-sifat tersebut dapat kita amati melalui pemikiran seseorang atau alasan seseorang untuk berusaha memecahkan suatu masalah. Menurut Fischbein tidak ada definisi yang disepakati secara luas untuk intuisi dalam proporsional kesepakatan; namun, para ahli menerima ciri-ciri implisit intuisi, yaitu: *self-evident* yang berlawanan dengan upaya logis dan analitis-rasionalistik.³⁰

Menurutnya, intuisi adalah proses kognitif yang spontan dan segera, berdasarkan pada skema tertentu. Ada dua jenis intuisi yang dikategorikan oleh Fischbein yaitu intuisi untuk memahami masalah yang disebut *affirmatory* dan intuisi untuk menyelesaikan masalah yang disebut *antisipatory*. Untuk mencapai hasil yang optimal, kedua jenis intuisi ini harus digunakan saat memecahkan masalah. Intuisi *affirmatory* berfungsi untuk memahami suatu masalah atau konsep,

²⁹ Sa'o, S. (2020). Intuisi Sebagai Salah Satu Solusi Meraih Prestasi Belajar Matematika. *Jurnal Magister Pendidikan Matematika (JUMADIKA)*, 2(1), 28-33.

³⁰ Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational studies in mathematics*, 38(1), 11-50.

intuisi *affirmatory* memberikan keyakinan awal bahwa sebuah pernyataan itu benar tanpa harus melakukan pembuktian yang formal sedangkan, intuisi *antisipatory* berfungsi untuk menyelesaikan masalah, intuisi ini memandu siswa untuk memilih strategi yang paling menjanjikan dalam proses pemecahan masalah. Dalam pemecahan masalah matematika, terkadang ada sesuatu yang tidak dipertimbangkan secara mendalam yang digunakan untuk menyelesaikannya, meskipun fakta ini belum tentu dapat dibuktikan. Sebagai contoh, siswa akan berpikir secara spontan tentang cara pembuktian digunakan, apakah itu bukti langsung atau tidak langsung, untuk membuktikan bahwa pernyataan matematika benar. Ini adalah sifat berpikir intuitif.³¹

Pola pikir sangat penting dalam proses pemecahan masalah matematika. Ini karena selama proses pembelajaran, terdapat berbagai situasi yang mengharuskan siswa untuk menggunakan pemikiran mereka. Pola pikir mendukung kemampuan siswa dalam memecahkan masalah. Pemerintah telah menetapkan bahwa kemampuan siswa untuk memecahkan masalah matematika harus ditingkatkan. Hal ini sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 22 Tahun 2016.³²

Beberapa ahli telah melakukan penelitian tentang letak proses berpikir pada otak manusia, termasuk berpikir intuitif. Otak kiri memprioritaskan berpikir analitik, otak kanan memprioritaskan berpikir imajinatif, dan otak tengah memprioritaskan berpikir intuitif. Menurut Wikipedia otak tengah juga disebut (*mesencephalon*) adalah bagian kecil otak yang bertanggung jawab atas sistem informasi, pendengaran, dan refleks visual. Otak tengah mengendalikan informasi sensorik. Jadi, bagian pertama dari otak ini menentukan bagaimana orang bereaksi terhadap apa yang mereka lihat dan dengar.³³

³¹ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

³² HARYANTI, C. F. (2018). Profil Penalaran Matematika Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Open Ended Ditinjau Dari Gaya Kognitif Field Dependent Dan Field Independent. *MATHEdunesa*, 7(2), 197-204.

³³ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

Kustos mengatakan bahwa berpikir intuitif memungkinkan seseorang untuk memecahkan masalah yang belum dianalisis. Individu memiliki intuisi yang unik.³⁴ Selama proses pemecahan masalah matematika, siswa seharusnya bergantung pada kemampuannya sendiri. Pemecahan masalah matematika dengan berpikir intuitif akan menghasilkan banyak solusi atau metode pemecahan yang berbeda untuk setiap siswa. Oleh karena itu, metode ini akan menghasilkan solusi atau metode pemecahan yang berbeda untuk setiap siswa. Dalam memecahkan masalah matematika, pemikiran intuitif sering terjadi. Meskipun demikian, baik guru maupun siswa tidak menyadarinya.³⁵

Guru memerlukan informasi tentang proses siswa dalam menyelesaikan masalah salah satu aspek yang harus dipertimbangkan dalam pemecahan masalah adalah gaya kognitif. Penemuan ini didukung oleh penelitian sebelumnya.³⁶ Uno menyimpulkan bahwa pengetahuan guru tentang gaya kognitif diperlukan untuk merancang materi pembelajaran, tujuan pembelajaran, dan metode pembelajaran agar hasil belajar siswa lebih baik.³⁷

Zonmes (dalam Suwanto dkk, 2023) bahkan menawarkan untuk menambahkan satu domain ke taksonomi Bloom, yaitu ranah intuisi, sebagai bagian dari evaluasi pembelajaran. Hal ini bertujuan agar guru tidak hanya menyelidiki tentang domain kognitif, afektif, dan psikomotorik tetapi juga intuisi sebagai tingkat pencapaian yang penting.³⁸ Upaya guru untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematika berbasis intuisi akan lebih efektif jika difasilitasi dan mendapat dukungan serta bimbingan dari pembuat kebijakan pendidikan dan pemimpin sekolah.

³⁴ Kustos, P. N. (2010). *Trends concerning four misconceptions in students' intuitively-based probabilistic reasoning sourced in the heuristic of representativeness*. The University of Alabama.

³⁵ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

³⁶ Ulya, H., Kartono, A. R., & Retroningsih, A. (2014). Analysis of mathematics problem solving ability of junior high school students viewed from students' cognitive style. *Journal of Education and Practice*, 2(10), 577-582.

³⁷ Uno, H. B. (2023). *Orientasi baru dalam psikologi pembelajaran*. Bumi Aksara.

³⁸ Suwanto, S., Hidayah, I., Rochmad, R., & Masrukan, M. (2023). Intuitive thinking: Perspectives on intuitive thinking processes in mathematical problem solving through a literature review. *Cogent Education*, 10(2), 2243119.

Meskipun upaya luar biasa telah dilakukan untuk mengembangkan pemikiran intuitif dalam pemecahan masalah di pendidikan matematika, masih banyak yang harus dilakukan untuk mengembangkannya di kelas. Para ahli yang membahas intuisi seperti Immanuel Kant, Jung, dan Fischbein telah membuat definisi dasar intuisi dalam penerapannya untuk memecahkan masalah matematika, sehingga penelitian masa depan sangat penting untuk mendapatkan lebih banyak wawasan tentang pemikiran intuitif, terutama dalam strategi dan model pembelajaran yang efektif.

1.1. Intuisi Menurut Pandangan Awam

Intuisi sudah tidak asing didengar dan cukup familiar untuk kita dengar sehingga intuisi di maknai tidak terbatas pada apa yang dapat dipersepsi oleh indera seseorang tetapi jauh lebih dalam pada makna yang tersirat. Intuisi adalah istilah yang digunakan oleh banyak orang, mulai dari masyarakat awam yang menggunakannya sebagai istilah bahasa sehari-hari dengan arti yang luas, hingga para peneliti yang menggunakannya sebagai istilah bahasa ilmiah khusus, dan para filsuf yang menggunakannya sebagai istilah bahasa filosofis.

Pandangan masyarakat awam terhadap makna intuisi sangat beragam dengan spektrum yang lebar. Intuisi dipahami sebagai suatu teknik “menebak” yang digunakan ketika tidak tersedia informasi yang memadai untuk membuat suatu penalaran logis, sehingga intuisi dimaknai sebagai firasat, bahkan sebagai kemampuan mistis atau supranatural. Secara sederhana intuisi lahir karena adanya perasaan naluriyah di mana perasaan yang dapat membimbing tanpa perlu adanya proses analisis dan alasan yang jelas.

Hal ini adalah jenis pengetahuan yang kita miliki, meskipun kita tidak tahu dari mana kita mendapatkannya, dalam ungkapan sehari-hari kita sering mengucapkan kalimat “saya tahu, tapi tidak tahu kenapa”, “firasat saya mengatakan itu” nah dalam pandangan orang awam, intuisi dianggap sebagai bentuk pencerahan mendadak yang bisa kapan saja muncul dalam naluri seseorang, biasanya mereka mengaitkan intuisi dengan pengalaman, di mana ketika seseorang sudah sering menghadapi situasi yang sama maka dari mereka akan lebih cepat ketika membuat keputusan atau kesimpulan tanpa harus berpikir panjang.

1.2. Intuisi menurut para ahli

Ada beberapa ahli yang mengemukakan pendapatnya tentang intuisi, berikut pandangan para ahli tentang intuisi antara lain:

1. Fischbein

Mendefinisikan kognisi intuitif secara eksplisit sebagai kognisi yang dikarakteristikan oleh beberapa aspek antara lain; “*self-evidence, perseverance and coerciveness, extrapolativeness, globality, and implicitness.*”

2. Bunge

Menegaskan bahwa intuisi adalah penalaran (*reason*), yang memiliki sifat seperti *catalytic inference*, kekuatan penyusunan, dan common sense. *Catalytic inference* memungkinkan lompatan cepat ke suatu konklusi tanpa mempertimbangkan premis dan perantaranya. Kemampuan untuk menggabungkan elemen-elemen yang terpancar ke dalam suatu keharmonisan atau keseragaman yang lengkap dikenal sebagai kekuatan penyusunan. Konsep umum adalah pemikiran yang didukung oleh pengetahuan umum.³⁹

3. Wild

Intuisi didefinisikan sebagai kesadaran (*awareness*) yang cepat yang memperoleh pengetahuan tanpa bantuan indera atau penalaran. Wild juga berbicara tentang intuisi moral, religius, dan estetika. Intuisi dapat berasal dari bawah sadar kolektif dan sumber dari Tuhan, bukan hanya dari pengalaman kita yang didasarkan pada skema kognitif tertentu.

4. Westcott & Ranzoni

Intuisi sebagai proses untuk mencapai kesimpulan terbaik dengan jumlah informasi yang lebih sedikit dari standar. Dalam keadaan seperti ini, orang pasti mencapai kesimpulan dengan melakukan tindakan ekstrapolasi atau generalisasi dengan bantuan intuisi. Sebuah definisi intuisi yang serupa

³⁹ Abidin, Z. (2017). Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika. Malang: *Inteligensia Media*.

diberikan oleh Shirley & Langan-Fox, tetapi mereka menambahkan elemen “merasa tahu dengan pasti”⁴⁰

b. Karakteristik Intuisi Matematis

Fischbein, telah menyajikan karakteristik umum kognisi intuitif dalam matematika, yang merupakan sesuatu yang mendasar dan yang sangat jelas dalam suatu kognisi. Karakteristik intuisi tersebut adalah sebagai berikut:⁴¹

1. Kognisi langsung (*Self Evident*)

Kognisi langsung (*self evident*) adalah kognisi yang diterima sebagai *feeling* individu tanpa membutuhkan pengecekan dan pembuktian lebih lanjut, subjek merasa tidak perlu membuktikan secara resmi gagasan yang telah dia anggap benar. Sebagai contoh: “Satu lingkaran pasti memiliki panjang jari-jari yang sama”. Hal tersebut adalah *self evident* di mana pernyataan kebenarannya diterima langsung.

2. Kepastian intrinsik (*Intrinsic Certainty*)

Kepastian intuisi biasanya dihubungkan dengan *feeling* tertentu dengan kepastian intrinsik. Intrinsik itu sendiri bermakna tidak membutuhkan pendukung eksternal yang diperlukan untuk memperoleh kepastian langsung (baik secara formal ataupun empiris), di mana subjek menganggap sebuah pernyataan adalah ketentuan.

3. Ketegasan (*Coerciveness*)

Dalam strategi penalaran individual, intuisi menggunakan efek memaksa yang berarti bahwa subjek cenderung memaksakan pendapatnya pada pendapat orang lain, sehingga sulit menerima kebenaran dan menolak interpretasi alternatif yang akan mendorong intuisinya.

⁴⁰ Agus, S. (2011). Profil Berfikir Intuitif Matematik. In *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi Bandung*.

⁴¹ Abidin, Z. (2017). Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika. *Malang: Inteligencia Media*.

4. Kemampuan extrapolatif (*Ekstrapolativeness*)

Kemampuan kognitif subjek untuk membuat asumsi, kesimpulan, atau merumuskan data baru yang logis dan relevan, meskipun data yang diberikan dalam masalah tersebut tidak lengkap (diposisikan dengan salah) atau kurang memadai untuk mencapai solusi akhir.

5. Keseluruhan (*Globality*)

Intuisi berbeda dengan kognisi logika, berurutan, dan analitis. Sebagai contoh, seseorang yang berusia antara 4-5 tahun diberi dua lembar kertas yang sama, di mana anak tersebut diminta untuk menggambar titik (P_1) pada lembar A, dan kemudian diminta untuk menggambar titik (P_2) pada lembar B, yang letaknya kurang lebih sama dengan titik (P_1) pada lembar A. Jika anak tersebut diminta untuk menjelaskan mengapa dia melakukan hal ini pada lembar B, anak tersebut tidak akan menjawab. Dia memecahkan masalah tersebut secara intuitif dan langsung dengan menggunakan perkiraan luas. Ini karena subjek lebih suka melihat sesuatu secara keseluruhan daripada secara khusus.

c. Indikator karakteristik Intuisi dalam pemecahan masalah

Berdasarkan kerangka teori Efraim Fischbein (1987) intuisi matematis memiliki lima karakteristik utama. Dalam penelitian ini, mengoperasionalkan kelima ciri karakteristik teoretis tersebut menjadi indikator manifestasi intuitif yang dapat diamati dan diukur secara empiris di lapangan. Proses operasionalisasi ini dilakukan dengan menerjemahkan setiap karakteristik ke dalam kriteria perilaku yang terdiri dari dua komponen: aspek terlihat (tindakan siswa dalam lembar jawaban dan respons mereka) dan aspek terdengar (ungkapan lisan siswa selama wawancara). Indikator-indikator yang terukur ini berfungsi sebagai instrumen untuk mengidentifikasi dan mengategorikan *Ways of Thinking* serta *Ways of Understanding* siswa dalam memecahkan masalah geometri secara mendalam. Adapun penjabaran dari karakteristik tersebut dirancang menjadi indikator sebagai berikut:

Tabel 2. 3 Indikator Karakteristik Intuisi⁴²

Karakteristik Indikator	Indikator	Kriteria Opeasional
Kognisi Langung (<i>Self evident</i>)	Siswa mampu memberikan ide, dugaan, atau jawaban awal secara spontan dan cepat tanpa harus mengambil langkah penalaran deduktif yang panjang.	Terlihat: Siswa langsung menulis langkah awal/jawaban tanpa jeda waktu yang lama dan tanpa mencoret-coret rumus yang panjang. Tedengar: Siswa mengucapkan, “Saya tahu jawabannya langsung.” “Ini sudah jelas sama” atau “Kelihatannya memang begitu.”
Kepastian Intrinsik (<i>Intrinsic certainty</i>)	Siswa menyatakan rasa yakin yang kuat terhadap ide atau informasi yang diperolehnya, tanpa merasa perlu untuk membuktikan atau mengecek ulang secara formal.	Terlihat: Siswa tidak melakukan perhitungan yang berulang-ulang, terhadap jawaban yang diperoleh. Terdengar: Siswa menggunakan kata-kata “yakin,” “pasti,” “sudah benar” saat diwawancarai.
Ketegasan (<i>coerciveness</i>)	Siswa secara konsisten mempertahankan ide awalnya dan tidak mudah dipengaruhi atau berubah pikiran meskipun diberikan pertanyaan pemancing yang dapat membingungkan oleh peneliti.	Terlihat: Siswa tetap fokus pada strateginya. Terdengar: Siswa mampu menolak atau memberikan alasan kuat untuk mempertahankan jawaban awalnya, meskipun peneliti mencoba menggoyahkan.
Kemampuan Extrapolatif (<i>Extrapolativeness</i>)	Siswa mampu membuat asumsi logis atau menentukan besaran yang tidak tertera secara eksplisit di soal (misalnya, menarik garis bantu) hanya dengan memanfaatkan informasi minimal yang ada.	Terlihat: Siswa membuat garis bantu atau menuliskan asumsi pada bagian soal yang datanya tidak lengkap. Terdengar: Siswa berkata, “Saya merasa soalnya kurang lengkap jadi saya harus menentukan sendiri pembagian tingginya”, “Saya misalkan saja tingginya” atau “Karena tingginya tidak ada, saya anggap saja mereka sama tinggi.”
Keseluruhan (<i>globality</i>)	Siswa menunjukkan pemahaman masalah secara menyeluruh dan mampu merangkum atau membuat sketsa awal yang	Terlihat: Siswa membuat sketsa global atau menuliskan rencana kerja yang menghubungkan semua konsep, sebelum memulai menghitung secara detail.

⁴² Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).

menghubungkan semua data yang relevan.

Terdengar: Siswa mampu menjelaskan inti masalah secara cepat tanpa menjelaskan detail perhitungan.

d. Perkembangan Intuisi Matematis Pada Siswa SMP/MTs

Intuisi sudah ada sejak usia dini, di mana ketika anak-anak di sekolah dasar menggunakan intuisi untuk memecahkan masalah yang sederhana, mereka sudah mulai menggunakan instingnya untuk berpikir, namun dijenjang SD/MI perkembangan intuisi belum cukup sempurna dikarenakan mereka masih dalam fase konkret, sedangkan dijenjang SMP/MTs insting mulai mengalami peningkatan yang cukup signifikan sehingga mereka lebih mudah menggunakan intuisinya hal itu dikarenakan siswa mulai memasuki pada fase operasional menurut teori Piaget, di mana siswa sudah mampu berpikir secara abstrak.

Mereka mulai mengembangkan intuisi ke arah yang lebih abstrak dan mengandalkan intuisi untuk memahami konsep-konsep seperti variabel dan persamaan linear tanpa perlu representasi visual misalnya, mereka merasa bahwa nilai suatu variabel harus > 0 atau < 0 hanya dengan melihat persamaannya. Tingkat kepakaran seseorang dalam bidang tertentu mempengaruhi perkembangan intuisi mereka, menurut Baylor.⁴³ Intuisi yang belum matang (*immature intuition*) dan intuisi yang sudah matang (*mature intuition*) berbeda secara kualitatif dalam hal pengetahuan mereka tentang topik tertentu, menurut Baylor.

Intuisi yang sudah matang biasanya muncul ketika seseorang menjadi pakar di bidang tertentu dengan modal struktur pengetahuan relevan yang sudah terbentuk dengan baik. Sebaliknya, intuisi yang belum matang biasanya muncul ketika seseorang masih pada taraf pemula di bidang tertentu, ketika pengetahuan analitik mereka belum banyak mencampuri kemampuan mereka untuk menemukan wawasan baru. Ketika siswa SMP/MTs mulai memahami konsep matematika secara lebih mendalam tanpa bergantung pada prosedur formal, intuisi matematis mereka berkembang secara bertahap.

⁴³ Baylor, A. L. (1997). A three-component conception of intuition: Immediacy, sensing relationships, and reason. *New ideas in psychology*, 15(2), 185-194.

Intuisi memungkinkan mereka membuat perkiraan, menemukan pola, dan merumuskan dugaan sebelum melakukan pembuktian formal. Dapat dilihat beberapa perkembangan intuisi matematis pada siswa SMP/MTs di antaranya:

1. Pengenalan Pola dan Hubungan

Pada awalnya, siswa memperhatikan pola dan hubungan antar bilangan atau bentuk. Mereka mengamati keteraturan dan mencoba memprediksi hasil berdasarkan pola yang mereka amati.

2. Perkiraan dan Dugaan

Sebelum melakukan perhitungan formal, siswa mulai membuat perkiraan atau dugaan. Mereka belajar untuk mempercayai naluri matematisnya dan menguji hipotesis secara intuitif melalui proses ini.

3. Penggunaan Representasi Visual

Representasi visual membantu siswa membuat gambaran mental tentang konsep abstrak. Mereka dapat memahami konsep yang lebih konkret dengan menggambar, membuat diagram, atau menggunakan alat bantu visual.

4. Generalisasi dan Abstraksi

Siswa mulai membuat kesimpulan umum dan memahami konsep yang lebih abstrak setelah menemukan pola. Mereka memperoleh pemahaman tentang aturan matematika umum.

5. Refleksi dan Evaluasi

Pada tahap ini, siswa belajar mengevaluasi metode yang mereka gunakan, membandingkan metode, dan memilih yang paling efektif. Proses ini meningkatkan intuisi dan menumbuhkan keyakinan diri mereka saat menghadapi masalah yang lebih sulit.

Intuisi matematis SMP/MTs telah berkembang menjadi alat yang dapat membantu siswa memecahkan masalah non-rutin. Intuisi yang berkembang memungkinkan siswa melanjutkan langkah demi langkah tanpa menghabiskan waktu yang lama, hal ini membuat pemecahan masalah matematis lebih cepat dan efektif. Intuisi membantu siswa memahami pemahaman konseptual yang mendalam atau WoU. Sehingga, siswa memahami bukan hanya dari bagaimana mereka menyelesaikan masalah tetapi juga mengapa mereka menggunakan metode

tersebut. Namun perkembangan intuisi tidak berjalan mulus dikarenakan ada beberapa faktor yang mempengaruhi munculnya intuisi baik itu dari dalam diri siswa maupun dari lingkungan siswa itu sendiri. Intuisi tidak muncul begitu saja melainkan adanya interaksi antara satu sama lain, berikut faktor utama yang mempengaruhi intuisi antara lain:

i. Faktor internal

Faktor internal adalah faktor yang berasal dari dalam diri seseorang. Sifat dan sikap seperti malas bekerja, tidak memiliki kepedulian, empati, dan mudah menyerah adalah beberapa contoh sifat dan sikap yang dapat menyebabkan masalah sosial.

Faktor ini adalah modal yang harus dimiliki oleh siswa, dimana semakin kuat faktor internal ini maka akan semakin besar pula kemungkinan intuisi akan muncul dan bekerja dengan efektif. Pengetahuan awal sangat dipengaruhi oleh faktor internal dikarenakan intuisi tidak dapat muncul dari kekosongan, seseorang akan memerlukan dasar pengetahuan yang solid tentang suatu konsep. Semakin banyak pengetahuan yang dikuasai oleh siswa maka akan semakin banyak pula koneksi yang dapat dibuat secara intuitif.

Siswa yang memiliki koneksi pengetahuan yang banyak akan mempunyai pengalaman yang cukup, ketika mereka dihadapkan dengan berbagai jenis masalah mereka mampu untuk menyelesaikannya baik itu berhasil maupun gagal, sehingga otak akan dapat menggali pola dari pengalaman yang telah dimiliki dan memanfaatkannya untuk memecahkan masalah non-rutin.

ii. Faktor Eksternal

Faktor eksternal berasal dari luar diri seseorang, biasanya faktor ini berkaitan dengan lingkungan seseorang. Meskipun intuisi muncul karena keinginan atau dorongan, keadaan dan situasi dapat mempengaruhinya. Faktor ini sangat penting untuk diperhatikan karena intuisi tidak hanya dipengaruhi oleh pikiran, tetapi lingkungan belajar juga mempengaruhi apakah intuisi berjalan atau tidak. Guru harus menggunakan strategi pembelajaran yang berdampak langsung pada intuisi siswa karena dorongannya cukup berpengaruh.

Untuk meningkatkan intuisi, pembelajaran yang hanya menghafal rumus dan prosedur kurang efektif dibandingkan dengan pembelajaran yang berfokus pada penemuan, eksplorasi, dan pemecahan masalah non-rutin. Misalnya, guru lebih baik menyajikan soal dan meminta siswa mencoba menyelesaikannya dengan berbagai solusi daripada langsung memberikan rumus dari geometri. Metode pembelajaran yang terlalu berfokus pada langkah prosedural dan hafalan rumus dapat menghambat intuisi siswa. Mereka akan terbiasa mengikuti instruksi dan tidak terbiasa untuk membuat loncatan kognitif.

e. Kemampuan Penalaran Matematis Pada siswa SMP/MTs

Penalaran matematis adalah kemampuan matematis yang penting bagi siswa. Untuk memenuhi kebutuhan masa depan, kemampuan penalaran matematis pada dasarnya terkait dengan pentingnya kemampuan ini. Menurut Sumarno, tujuan pembelajaran matematika adalah untuk meningkatkan kemampuan penalaran, mengetahui manfaat matematika, menumbuhkan kepercayaan diri, menjadi objektif, dan tetap terbuka untuk masa depan. Untuk membangun suatu ide matematika dan menunjukkan bahwa ide itu benar, penalaran sangat penting.⁴⁴

Pentingnya memiliki kemampuan penalaran matematik untuk membantu orang tidak hanya mengingat fakta, aturan, dan langkah-langkah penyelesaian masalah, tetapi juga menggunakan keterampilan bernalar mereka dalam melakukan pendugaan atas dasar pengalaman mereka sendiri. Dengan demikian, orang-orang yang memiliki kemampuan penalaran matematis akan memperoleh pemahaman yang lebih baik tentang konsep matematika yang saling berkaitan dan belajar secara efektif atau *meaningfull learning*.⁴⁵ Singkatnya, kemampuan penalaran matematis adalah proses berpikir yang digunakan untuk menganalisis situasi, membuat dugaan, serta menarik kesimpulan berdasarkan konsep, data, metode dan prinsip matematika yang relevan berdasarkan fakta.

⁴⁴ Sumarno, U. (2010). Berpikir Dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan bagaimana dikembangkan pada peserta didik. *Bandung: FPMIPA UPI*, 1-27.

⁴⁵ Hendriana, H., Rohaeti, E. E., & Sumarno, U. (2017). Hard skills dan soft skills matematik siswa. *Bandung: Refika Aditama*, 7, 2017.

Gardner, et al (dalam Lestari, 2019) mengungkapkan bahwa penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, menyintesis/mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah non-rutin.⁴⁶ Menurut Sumarno, indikator kemampuan penalaran matematis adalah sebagai berikut:⁴⁷

- a. Menarik kesimpulan logis.
- b. Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.
- c. Memperkirakan jawaban dan prosedur penyelesaian.
- d. Membuat analogi dan generalisasi atau menganalisis situasi menggunakan pola dan hubungan.
- e. Menyusun dan menguji konjektur.
- f. Membuat *counter example* (kontra contoh).
- g. Mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen.
- h. Menyusun argument yang valid.
- i. Menyusun pembuktian langsung, tidak langsung, dan menggunakan induksi matematika.

Dalam konteks siswa SMP/MTs, hal ini melibatkan keterampilan berpikir kritis, logis, dan analitis yang menjadi dasar dalam menyelesaikan berbagai persoalan matematika. Kemampuan tersebut merupakan tujuan dari pembelajaran matematika antara lain; mampu menggunakan pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam menarik generalisasi, menyusun bukti, serta menjelaskan gagasan dari pernyataan matematika.

Kemampuan penalaran matematis antara siswa satu dengan siswa yang lain belum tentu sama. Rendahnya kemampuan siswa SMP dalam memahami dan memaknai matematika sudah dirasakan sebagai masalah yang cukup pelik dalam pengajaran matematika di sekolah. Perbedaan cara siswa dalam menangkap dan mengolah informasi yang disampaikan oleh guru juga menjadi salah satu faktor rendahnya kemampuan penalaran matematis di mana perbedaan kecenderungan

⁴⁶ Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. (2019). Penelitian pendidikan matematika.

⁴⁷ Sumarmo, U. (2013). Berpikir dan Disposisi matematik serta Pembelajarannya. Bandung: UPI.

mereka dalam memilih strategi dan prosedur untuk menyelesaikan suatu masalah. Perbedaan tersebut dapat disebut dengan gaya kognitif. Menurut hasil survei IMSTEP-JICA, salah satu faktor penyebab rendahnya kualitas pemahaman siswa tentang matematika adalah bahwa guru terlalu berfokus pada hal-hal prosedural saat mengajar matematika, pembelajaran berpusat pada guru, konsep disampaikan secara informatif, dan siswa dilatih untuk menyelesaikan banyak soal tanpa mendapatkan pemahaman yang mendalam. Akibatnya, kemampuan penalaran dan kompetensi strategis siswa tidak berkembang sebagaimana mestinya.

Bukti ini diperkuat lagi oleh hasil yang diperoleh *The Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) bahwa siswa di Indonesia sangat lemah dalam pemecahan masalah namun cukup baik dalam keterampilan prosedural.⁴⁸ Salah satu penyebab rendahnya prestasi belajar siswa adalah kurangnya solusi yang diberikan oleh pendidik atau yang dipikirkan siswa saat menghadapi kesulitan dalam proses pemecahan masalah. Untuk mencapai hasil yang diinginkan dalam pemecahan masalah matematika, diperlukan banyak solusi. Salah satunya berpikir secara intuitif.

Berdasarkan perasaan, intrinsik, dan intervensi adalah tiga komponen yang mendukung munculnya berpikir intuitif saat seseorang menghadapi kesulitan dalam pemecahan masalah.⁴⁹ Dalam psikologi kognitif khususnya dalam neurologi otak memiliki kontrol atas berpikir analitik, imajinatif, dan intuitif. Menurut para ahli, otak kiri mengatur berpikir analitik, otak kanan mengatur berpikir imajinatif, dan otak tengah, juga dikenal sebagai otak tengah, mengatur berpikir intuitif. Pemikiran intuitif berbeda dari penalaran analitis, tetapi intuisi memasukkan jenis penalaran tertentu. Jika kita melihat komponen intuisi, kita akan menemukan bahwa intuisi memasukkan penalaran sebagai salah satu elemen yang membentuknya.

⁴⁸ Martin, M. O., Mullis, I. V., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 Technical Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

⁴⁹ Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.

Menurut Noddings dan Shore (dalam Baylor, 1997) intuisi bertindak dengan cara yang saling melengkapi dengan alasan (*reason*), dan tidak mungkin untuk memisahkan keduanya dengan hati-hati dan cermat. Secara keseluruhan, mode penalaran intuitif menggabungkan proses analitis sementara beroperasi berbeda dengan mereka.⁵⁰ Melalui pernyataan-pernyataan tersebut, menjadi jelas bahwa meskipun berpikir analitis dan berpikir intuitif adalah metode berpikir yang berbeda, keduanya saling mendukung. Proses berpikir siswa termasuk pembuktian membutuhkan intuisi. Intuisi matematika adalah mitra penting untuk pembuktian, yang memberikan informasi tentang apa yang harus dicoba untuk dibuktikan.

Wilder (dalam Erika dkk, 2022) membedakan intuisi menjadi tiga peran, yaitu dalam perkembangan konsep, dalam penelitian dan dalam pengajaran. Dia membedakan komponen pengetahuan dari komponen intuitif dalam pembelajaran matematika, mengatakan bahwa kreativitas dalam matematika tidak terjadi tanpa intuisi, tetapi komponen intuitif bergantung pada pertumbuhannya pada komponen pengetahuan. Ini menegaskan bahwa intuisi mempengaruhi kreativitas dalam matematika.⁵¹

⁵⁰ Baylor, A. L. (1997). A three-component conception of intuition: Immediacy, sensing relationships, and reason. *New ideas in psychology*, 15(2), 185-194.

⁵¹ Wulandari, E., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2022, February). Potensi Intuisi Matematis dalam Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 5, pp. 114-119).

C. Kerangka Berpikir

Pembentukan intuisi tidak muncul secara tiba-tiba melainkan adanya serangkaian proses kognitif yang dipengaruhi oleh berbagai faktor dalam pemecahan masalah matematika, dalam konteks matematika alur terbentuknya intuisi pada siswa dijelaskan sebagai berikut.



Gambar 2. 4 Visualisasi Proses terbentuknya Intuisi⁵²

Kerangka berpikir ini menegaskan tujuan penelitian untuk menganalisis dan mendeskripsikan kemampuan intuisi matematis siswa dan divisualisasikan untuk membuat penelitian lebih jelas dan logis. Selain itu, kerangka berpikir ini memberikan masukan bagi guru untuk membangun strategi pembelajaran yang lebih baik. Secara umum, kerangka berpikir intuisi berarti penelitian yang terorganisir, logis, dan dengan tujuan yang jelas.

⁵² Sumber: Sintesis Peneliti (2026) berdasarkan teori Harel (2008) dan Fischbein (1987).

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif dari karakteristik intuisi siswa yang dituangkan dalam kalimat dengan berbagai metode ilmiah yang bertujuan untuk menganalisis dan mendeskripsikan secara mendalam tentang *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* intuisi yang termanifestasi pada beberapa siswa SMP/MTs terpilih saat memecahkan masalah Geometri non-rutin. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa Tes Penalaran Matematika (TPM), dan pedoman wawancara. Adapun teknik pengumpulan data yang digunakan yaitu metode tes dan metode wawancara.¹ Untuk menggambarkan proses berpikir intuitif, subjek diperiksa secara menyeluruh dan mendalam (*eksplorasi*) tentang apa yang ditulis, diucapkan, atau bahkan apa yang dipikirkan siswa saat berbicara, menjawab pertanyaan, dan menyelesaikan soal matematika.

B. Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian yang dituju adalah MTsN 1 Banda Aceh.

C. Subjek Penelitian

Pada penelitian kualitatif, subjek penelitian disebut informan, yang berarti individu yang memberikan informasi tentang data yang diinginkan peneliti dan terkait dengan penelitian yang sedang dilakukan. Informan dalam penelitian ini adalah siswa kelas IX MTsN 1 Banda Aceh yang sedang mempelajari materi Geometri saat penelitian ini dilakukan. Subjek ini akan menjadi sumber data utama yang akan digunakan untuk mengetahui cara berpikir intuitif siswa (*Ways of Thinking*) dan cara memahami (*Ways of Understanding*).

¹ Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).

Penentuan subjek atau informan dilakukan menggunakan metode *Purposive Selection* melalui dua tahap seleksi yang terdiri dari tahap penyaringan di mana seluruh siswa kelas IX diberikan tes kemampuan matematika untuk menetapkan level kompetensi mereka, yang kemudian dilanjutkan dengan tahap pemilihan inti untuk menetapkan 3 subjek terpilih yang mewakili masing-masing kategori kemampuan matematika, yaitu tinggi, sedang, dan rendah guna menggambarkan karakteristik dari setiap kategori kemampuan intuitif.

Proses pemilihan ini dilakukan dengan menganalisis hasil pekerjaan siswa pada tahap pertama, kemudian peneliti memilih siswa yang menunjukkan pola jawaban paling konsisten dengan kriteria kategori tersebut. Selain berdasarkan skor, peneliti juga mempertimbangkan rekomendasi dari guru mata pelajaran untuk memilih siswa yang memiliki kemampuan komunikasi yang baik, guna memastikan kelancaran proses penggalan data saat wawancara mendalam.

D. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian merupakan alat ukur yang strategis dan merupakan bagian penting dalam penelitian, oleh karena itu, prinsip validitas isi (*content validity*) adalah dasar dari instrumen penelitian ini yang dimaksudkan untuk mengukur proses kognitif mendalam (*Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* intuitif). Instrumen utama yang digunakan adalah:

1. Tes Penalaran Matematika (TPM)

Tes Penalaran Matematika (TPM) adalah alat pendukung yang digunakan dalam penelitian ini. TPM dipilih karena karakteristik soal yang disusun berdasarkan Capaian Pembelajaran (CP) Kurikulum Merdeka Fase D dan diturunkan ke dalam Tujuan Pembelajaran (TP) yang spesifik pada materi Bangun Ruang Sisi Lengkung. Instrumen ini dirancang dengan standar kemampuan berpikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skills*) pada level kognitif Analisis (C4), Evaluasi (C5), hingga Kreasi (C6) dan disesuaikan dengan pola Tes Kemampuan Akademik (TKA) Pusmendik untuk mengidentifikasi proses berpikir intuitif siswa.

Instrumen ini terdiri dari soal uraian yang berkaitan dengan materi geometri yang sesuai dengan jadwal sekolah. Dengan Peta Soal (*Grid Validitas*) yang menghubungkan setiap soal dengan indikator yang dituju, TPM dirancang untuk memicu kelima indikator intuisi.

Tabel 3. 1 Peta Soal TPM Tipe I²

Karakteristik Indikator	Kriteria Opeasional	Butir Soal
Kognisi Langsung (<i>Self evident</i>)	a. TP & Level HOTS: Menganalisis (C4) hubungan volume bola & tabung. b. Kriteria Terlihat: Siswa langsung menulis langkah awal/jawaban tanpa jeda waktu yang lama dan tanpa mencoret-coret rumus yang Panjang. c. Kriteria Tedengar: Siswa mengucapkan, "Saya tahu jawabannya langsung." "Ini sudah jelas sama," atau "Kelihatannya memang begitu."	Bayangkan kamu mempunyai gelas berbentuk tabung yang penuh berisi air. Lalu, kamu masukkan sebuah bola billiar ke dalam gelas itu sehingga menyentuh semua sisi gelas. Pasti ada air yang tumpah keluar, kan? Nah, menurutmu mana yang lebih banyak volumenya. Bola yang masuk atau air yang tumpah? Tuliskan jawaban yang pertama kali terlintas di pikiranmu!
Kepastian Intrinsik (<i>Intrinsic certainty</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengevaluasi (C5) pengaruh perubahan dimensi kerucut. b. Kriteria Terlihat: Siswa tidak melakukan perhitungan yang berulang-ulang, terhadap jawaban yang diperoleh. c. Kriteria Terdengar: Siswa menggunakan kata-kata "yakin," "pasti," "sudah benar" saat diwawancarai.	Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina? Berikan alasanmu.
Ketegasan (<i>Coerciveness</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengevaluasi (C5) perbandingan kapasitas volume berdasarkan bentuk bangun ruang.	Diberikan dua buah tabung, Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak

² Instrumen ini dikembangkan dan dimodifikasi oleh peneliti berdasarkan indikator berpikir intuitif Fischbein (1987) dengan mengadaptasi pola soal Tes Kemampuan Akademik (TKA) penalaran geometri Puspendik sesuai materi kelas IX SMP/MTs.

	b. Kriteria Terlihat: Siswa tetap fokus pada strateginya. c. Kriteria Terdengar: Siswa mampu menolak atau memberikan alasan kuat untuk mempertahankan jawaban awalnya, meskipun peneliti mencoba menggoyahkan.	karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?
Kemampuan Extrapolatif (<i>Extrapolativeness</i>)	a. TP & Level HOTS: Menganalisis (C4) dan mengestimasi ketercukupan wadah berdasarkan rasio volume. b. Kriteria Terlihat: Siswa membuat garis bantu atau menuliskan asumsi pada bagian soal yang datanya tidak lengkap. c. Kriteria Terdengar: Siswa berkata, “Saya merasa soalnya kurang lengkap jadi saya harus menentukan sendiri pembagian tingginya”, “Saya misalkan saja tingginya” atau “Karena tingginya tidak ada, saya anggap saja mereka sama tinggi.”	Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari-jari 6 m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari-jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tinggi tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?
Keseluruhan (<i>Globality</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengonstruksi (C6) strategi tercepat untuk menghubungkan dua konsep luas permukaan. b. Kriteria Terlihat: Siswa membuat sketsa global atau menuliskan rencana kerja yang menghubungkan semua konsep . Misalnya: $(L_{selimut} = 3 \times L_{bola})$ Sebelum memulai menghitung secara detail. c. Kriteria Terdengar: Siswa mampu menjelaskan inti masalah secara cepat tanpa menjelaskan detail perhitungan.	Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut? Berikan pendapatmu!

Peneliti mengembangkan instrumen kedua yang berfungsi sebagai ekuivalen (paralel) dengan instrumen pertama. Peta soal untuk instrumen paralel tersebut disajikan di Tabel 3.2 di bawah ini.

Tabel 3. 2 Peta Soal TPM Tipe II³

Karakteristik Indikator	Kriteria Opeasional	Butir Soal
Kognisi Langung (<i>Self evident</i>)	a. TP & Level HOTS: Menganalisis (C4) hubungan volume bola & tabung.	Sebuah jeruk dimasukkan ke dalam gelas silinder yang penuh berisi air sehingga jeruk terendam sempurna. menurut kamu manakah yang lebih besar, volume jeruk atau volume air yang meluap?Jelaskan jawabanmu secara spontan!
	b. Kriteria Terlihat: Siswa langsung menulis langkah awal/jawaban tanpa jeda waktu yang lama dan tanpa mencoret-corei rumus yang Panjang.	
	c. Kriteria Tedengar: Siswa mengucapkan, "Saya tahu jawabannya langsung." "Ini sudah jelas sama," atau "Kelihatannya memang begitu."	
Kepastian Intrinsik (<i>Intrinsic certainty</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengevaluasi (C5) pengaruh perubahan dimensi kerucut.	Sebuah cetakan tumpeng berbentuk kerucut ingin diubah ukurannya di mana jari-jarinya diperkecil menjadi setengahnya, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat. Apakah volumenya akan berubah atau tetap?
	b. Kriteria Terlihat: Siswa tidak melakukan perhitungan yang berulang-ulang, terhadap jawaban yang diperoleh.	
	c. Kriteria Terdengar: Siswa menggunakan kata-kata "yakin," "pasti," "sudah benar" saat diwawancarai.	
Ketegasan (<i>Coerciveness</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengevaluasi (C5) perbandingan kapasitas volume berdasarkan bentuk bangun ruang.	Ayah memiliki kawat yang panjangnya sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung x dibuat tinggi, Tabung y dibuat lebar. Jika keduanya diberi alas, tabung mana yang menurutmu bisa menampung pasir lebih banyak?
	b. Kriteria Terlihat: Siswa tetap fokus pada strateginya.	

³ Instrumen ini dikembangkan dan dimodifikasi oleh peneliti berdasarkan indikator berpikir intuitif Fischbein (1987) dengan mengadaptasi pola soal Tes Kemampuan Akademik (TKA) penalaran geometri Puspendik sesuai materi kelas IX SMP/MTs.

	c. Kriteria Terdengar: Siswa mampu menolak atau memberikan alasan kuat untuk mempertahankan jawaban awalnya, meskipun peneliti mencoba menggoyahkan	
Kemampuan Extrapolatif (<i>Extrapolativeness</i>)	a. TP & Level HOTS: Menganalisis (C4) dan mengestimasi ketercukupan wadah berdasarkan rasio volume. b. Kriteria Terlihat: Siswa membuat garis bantu atau menuliskan asumsi pada bagian soal yang datanya tidak lengkap. c. Kriteria Terdengar: Siswa berkata, “Saya merasa soalnya kurang lengkap jadi saya harus menentukan sendiri pembagian tingginya”, “Saya misalkan saja tingginya” atau “Karena tingginya tidak ada, saya anggap saja mereka sama tinggi.”	Sebuah tangki bensin berbentuk tabung berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan ke dalam wadah berbentuk kerucut dengan jari-jari yang sama namun tingginya 2 kali lipat tinggi tangki. Apakah minyaknya akan tumpah?
Keseluruhan (<i>Globality</i>)	a. TP & Level HOTS: Mengonstruksi (C6) strategi tercepat untuk menghubungkan dua konsep luas permukaan. b. Kriteria Terlihat: Siswa membuat sketsa global atau menuliskan rencana kerja yang menghubungkan semua konsep . c. Kriteria Terdengar: Siswa mampu menjelaskan inti masalah secara cepat tanpa menjelaskan detail perhitungan.	Bayangkan ada dua kelereng yang dimasukkan ke dalam kaleng tabung. Ukuran kaleng itu sangat pas, sehingga kelerengnya menyentuh alas, dinding, dan tutup kalengnya. Jika kamu sudah tahu luas kulit satu kelereng, menurutmu ada nggak cara super cepat untuk mengetahui luas seluruh kaleng itu tanpa harus mengukur jari-jari atau tingginya dulu? Jelaskan idemu!

2. Pedoman Wawancara Semi-Terstruktur

Instrumen ini dirancang untuk membantu siswa mengeksplorasi *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* secara langsung. Wawancara berbasis tugas adalah metode wawancara yang digunakan untuk menguji keyakinan (*intrinsic certainty*) dan ketegasan (*coerciveness*) siswa. Pertanyaan-pertanyaan ini disusun berdasarkan kriteria dari lima indikator intuisi.

Tabel 3. 3 Pedoman Wawancara⁴

Teori	Indikator	Kriteria Operasional	Pertanyaan
	Kognisi Langung (<i>Self Evident</i>)	Siswa tidak merasa perlu memverifikasi rumus dan langsung menetapkan jawaban tanpa jeda berpikir lama. Siswa percaya bahwa hubungan antara volume bola dan air yang mengalir adalah kebenaran yang “sudah semestinya.”	“Pada soal tersebut, mengapa kamu merasa tidak perlu menghitung volumenya satu per satu? Apa yang membuat kamu merasa bahwa jawaban kamu itu benar?”
	Kepastian Intrinsik (<i>Intrinsic Certainty</i>)	Meskipun peneliti bertanya, “apakah kamu yakin?,” siswa menunjukkan keyakinan penuh tanpa ragu dan tidak terpengaruh. Siswa menganggap jawaban yang diberikan adalah jawaban pasti dan mutlak untuk volume kerucut tersebut.	“Seberapa yakin kamu bahwa volume kerucut Dina tetap sama? Jika saya katakan hasilnya mungkin berbeda, apakah kamu akan tetap pada jawabanmu? Mengapa?”
Berpikir Intutif	Ketegasan (<i>Coerciveness</i>)	Siswa sulit menerima pendapat yang berbeda karena konsep mereka bersifat “memaksa.” Hal ini akan terlihat dalam kasus di mana mereka mempertahankan jawaban mereka meskipun diberi logika pembandingan.	“Jika ada teman kamu yang sangat setuju dengan pendapat Tiara karena tabungnya lebih tinggi, apakah kamu akan setuju atau tetap pada jawabanmu?” “Apa yang membuatmu begitu yakin mempertahankan pendapat tersebut? Apakah menurutmu tidak ada kemungkinan lain selain logika yang kamu gunakan?”
	Kemampuan Extrapolatif (<i>Extrapolativeness</i>)	Siswa secara aktif mengisi “celah” informasi yang hilang dengan membuat asumsi mandiri atau manipulasi variabel (misal: memberikan nilai angka pada tinggi tumpukan pasir yang tidak diketahui di soal)	“Pada soal tumpukan pasir, tingginya kan tidak disebutkan secara angka. Bagaimana cara kamu tadi menduga apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?”

⁴ Dikembangkan oleh peneliti berdasarkan sintesis teori intuisi Fischbein (1987) dan kerangka kerja WoT-WoU Harel (2008)

	Keseluruhan (<i>Globality</i>)	Siswa tidak terjebak pada detail angka, melainkan langsung melihat struktur hubungan antar bangun ruang (misal: melihat 3 bola sebagai satu kesatuan tinggi tabung) untuk menemukan langkah tercepat.	“Bisakah kamu jelaskan hubungan antara luas bola dengan selimut tabung tanpa harus menghitung satu per satu?.” “Bagaimana kamu melihat pola besarnya?”
<i>Ways of Understanding</i> (WoU)	Produk Aksi Mental (<i>Product of Mental Act</i>)	Kemampuan siswa untuk menjelaskan atau memahami istilah geometri yang digunakan dalam soal (misalnya, arti “menyentuh dinding samping secara tepat”).	“Apa maksud dari kalimat bola menyentuh dinding samping secara tepat dalam pemahamanmu?. Bagaimana itu membantu kamu menjawab soal?”
<i>Ways of Thinking</i> (WoT)	Karakter Aksi Mental (<i>Character of Mental Act</i>)	Peneliti mengamati karakter penalaran yang digunakan siswa, apakah cenderung menggunakan logika visual, analogi, atau generalisasi rumus ketika memecahkan masalah	“Mengapa kamu memilih untuk memisalkan angka tertentu saat datanya tidak lengkap? Apakah cara berpikir seperti itu selalu kamu gunakan? atau apakah cara ini memudahkan kamu menyelesaikan soal?”

E. Teknik Pengumpulan Data

Penelitian ini menggunakan beberapa Teknik pengumpulan data, yaitu Tes, Non-Tes (Wawancara), dan Observasi

1. Tes Penalaran Matematika (TPM)

Metode pengumpulan data tertulis utama yang digunakan untuk mengumpulkan data tentang respons awal siswa saat menghadapi masalah geometri adalah TPM. Instrumen ini terdiri dari lima soal uraian yang dimaksudkan untuk mendorong kelima indikator intuisi, soal yang dibuat adalah soal pemecahan masalah yang setara untuk memperoleh *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* intuitif siswa.

2. Wawancara

Wawancara adalah pertemuan di mana dua orang bertemu untuk bertukar ide dan informasi melalui tanya jawab, sehingga maknanya dikonstruksi. Wawancara juga merupakan cara untuk mendapatkan informasi dengan bertanya langsung kepada orang yang diwawancarai. Metode wawancara digunakan untuk mengetahui

lebih dalam tentang pemahaman subjek tentang masalah yang diberikan. Untuk mengklarifikasi, memverifikasi, dan mendalami proses kognitif yang tidak terungkap dalam jawaban tertulis siswa, peneliti menggunakan wawancara mendalam (*In-depth Interview*) di mana peneliti meminta siswa untuk menjelaskan kembali langkah-langkah yang telah mereka ambil dan alasan mengapa mereka menjawab pertanyaan TPM.

3. Observasi

Dalam Penelitian ini peneliti menggunakan observasi partisipasi pasif. Hal ini berarti bahwa peneliti hadir di tempat kegiatan orang yang diamati, tetapi tidak terlibat secara langsung dalam kegiatan tersebut. Saat memecahkan masalah matematika, observasi yang dilakukan berfokus pada pola pengerjaan, kecepatan respons, dan ekspresi non-verbal siswa.

F. Teknik Analisis Data

Analisis kualitatif deskriptif akan digunakan untuk menganalisis data TPM, wawancara, dan observasi. Tujuan dari analisis ini adalah untuk memberikan deskripsi yang mendalam dan sistematis tentang proses berpikir intuitif matematis (WoT dan WoU) siswa berdasarkan lima indikator yang telah ditetapkan. Peneliti menggunakan analisis data kualitatif dalam tiga tahap, yaitu:⁵

1. Reduksi Data

Pertama, reduksi data ialah suatu proses penyederhanaan data yang didapatkan dari penyeleksian data, pemfokusan data, dan mengubah data mentah menjadi data yang bermakna. Reduksi data bertujuan untuk memudahkan dalam pemahaman data yang telah diperoleh, yang dilakukan peneliti dalam tahap ini yakni memilah data yang relevan maupun kurang relevan terhadap fokus dan tujuan penelitian. Kemudian subjek dikelompokkan ke dalam kelompok kemampuan matematika sesuai dengan hasil nilai matematika yang diperoleh siswa tersebut.

⁵ Djamal, M. (2015). Paradigma penelitian kualitatif.

Dimana kemampuan matematika terdiri dari kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Berikut kriteria penilaian kemampuan matematika sebagaimana yang tertera pada tabel 3.4 berikut ini:

Tabel 3. 4 Kriteria Pengelompokan Kemampuan Matematika⁶

Kemampuan Matematika		
Tinggi Skor 5	Sedang Skor 3-4	Rendah Skor 0-2

Pengelompokan akhir subjek tidak hanya bersifat kaku pada skor TPM I, melainkan juga didasarkan pada konsistensi respon kognitif subjek pada TPM II.

2. Penyajian Data

Data dalam penelitian kualitatif disajikan dalam bentuk bagan, ikhtisar, tabel, grafik, dan sebagainya. Semua ini disusun secara sistematis sesuai dengan kriteria tertentu agar pembaca dapat memahami konsep, kategori, dan hubungan dan perbedaan antara masing-masing pola atau kategori.

3. Penarikan Kesimpulan

Kesimpulan awal yang dibuat dalam penelitian kualitatif masih bersifat sementara dan akan berubah seiring berjalannya waktu karena tidak didukung oleh bukti yang kuat. Kesimpulan awal penelitian mungkin berbeda dengan kesimpulan awal, tetapi mereka juga mungkin sama karena data yang dikumpulkan akan sangat mendukung.

G. Uji Keabsahan Data

Untuk memastikan bahwa hasil penelitian kualitatif objektif dan kredibel (dapat dipertanggungjawabkan), uji keabsahan data diperlukan, terutama ketika menganalisis fenomena yang bersifat internal seperti proses berpikir (*Ways of Thinking*). Peneliti menggunakan teknik triangulasi waktu yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dari subjek yang sama pada waktu yang berbeda untuk menguji konsistensi pola berpikir intuitif siswa. Dalam hal ini, peneliti

⁶ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91

menggunakan instrumen TPM tipe paralel, yang terdiri dari dua set instrumen ekuivalen namun dengan konteks masalah yang berbeda guna meminimalkan efek ingatan (*memory effect*). Prosedur pengumpulan data dilakukan melalui dua tahap sebagai berikut:

1. Pengambilan Data Pertama (T_1)

Peneliti menggunakan Tes Penalaran Matematika Tipe I untuk mengevaluasi *Ways of Understanding* siswa secara tertulis. Selama proses ini, peneliti melakukan observasi untuk mencatat indikator intuitif yang muncul secara langsung, seperti kecepatan merespon.

2. Pengambilan Data Kedua (T_2)

Pengambilan data kedua dilakukan setelah jeda waktu tertentu (misalnya 3-7 hari) dengan memberikan Tes Penalaran Matematika Tipe II. TPM Tipe II merupakan instrumen paralel yang memiliki substansi masalah yang sama dengan TPM I namun dengan konteks yang berbeda. Hal ini dilakukan untuk menghindari efek ingatan (*memory effect*) siswa terhadap jawaban sebelumnya. Setelah itu, peneliti melakukan wawancara mendalam (*in-depth-interview*) untuk memverifikasi *Ways of Thinking* atau alasan di balik strategi yang dipilih siswa serta mengonfirmasi konsistensi jawaban siswa.

Data yang diperoleh dari T_1 dan T_2 akan dibandingkan dengan triangulasi waktu ini. Data tentang proses berpikir intuitif tersebut dapat dinyatakan valid dan kredibel jika pola proses berpikir dan alasan yang dikemukakan subjek konsisten meskipun dengan konteks soal berbeda. Jika terjadi ketidakkonsistenan pada subjek, maka peneliti akan melakukan penggalian tambahan hingga mendapatkan data yang lebih valid sesuai dengan yang diinginkan.⁷

⁷ Sugiyono, D. (2013). Metode penelitian kuantitatif. *Kualitatif, dan Tindakan*, 189-190.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Hasil penelitian ini menyajikan data yang diperoleh dari beberapa tahapan instrumen, yaitu Tes Penalaran Matematika (TPM I) dan Tes Penalaran Matematika (TPM II), serta dilakukan wawancara yang mendalam (*in-depth-interview*). Data pertama yang dipaparkan adalah hasil TPM I yang dilakukan pada siswa kelas IX-11 MTsN 1 Banda Aceh yang berjumlah 33 siswa pada tanggal 3 Februari 2026 tes ini bertujuan untuk memetakan subjek penelitian berdasarkan tingkat kemampuan matematika yaitu tinggi, sedang, dan rendah.

Berdasarkan hasil pemetaan tersebut, peneliti menetapkan 3 subjek penelitian unik yang mewakili setiap tingkat kemampuan untuk dianalisis secara mendalam. Analisis difokuskan pada proses pemecahan masalah melalui TPM II yang dilaksanakan pada 10 Februari 2026, yang diikuti dengan wawancara klinis guna mengungkap *Ways of Thinking* sebagai aksi mental dan *Ways of Understanding* sebagai produk pemahaman siswa ditinjau dari karakteristik berpikir intuitif dalam menyelesaikan persoalan geometri.

1. Deskripsi Data

Berdasarkan hasil pelaksanaan TPM I yang diikuti oleh 33 siswa, diperoleh data dan dikumpulkan untuk mengelompokkan tingkat kemampuan matematika siswa berdasarkan jumlah jawaban benar dari 5 butir soal yang diberikan. Siswa dikategorikan berkemampuan tinggi jika mampu menjawab benar 5 dari soal yang diberikan, kategori sedang jika menjawab benar 3-4 soal, dan kategori rendah jika menjawab benar 0-2 soal. Batasan skor ditetapkan untuk setiap kategori agar peneliti dapat melihat perbedaan yang jelas antara siswa yang sudah menguasai konsep geometri secara formal dan siswa yang hanya menggunakan intuisi. Siswa pada kelompok tinggi dengan skor 5 benar dianggap telah memiliki wawasan *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang lengkap tentang konsep geometri dasar yang dibahas pada TPM I.

Siswa pada kelompok sedang ini dianggap memiliki *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang cukup, namun masih terdapat ketidakkonsistenan dalam menerapkan konsep pada beberapa masalah. Sementara itu siswa pada kelompok rendah dianggap masih memiliki kendala dalam memahami konsep dasar geometri atau cenderung menggunakan penyelesaian yang tidak tuntas. Dari hasil pengelompokan tersebut, peneliti akan menetapkan 3 subjek penelitian dengan karakteristik paling unik untuk mewakili setiap tingkat kemampuan yang akan dianalisis lebih lanjut pada TPM II dan wawancara. Adapun rekapitulasi hasil TPM I tersebut disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 4. 1 Rekapitulasi Hasil TPM I Siswa MTsN 1 Banda Aceh¹

No	Nama Siswa	Butir Soal					Kategori Kemampuan		
		1	2	3	4	5	Tinggi	Sedang	Rendah
1	Dhaifullah Rizky Mubarak	S	S	B	B	S			√
2	Aisha Maura Makayla	S	S	S	S	B			√
3	Shafa Athaya	S	S	S	B	S			√
4	Siti Rizqah Syaqilah	B	S	S	B	B		√	
5	Shaziq Qisya Ameera	B	S	S	S	B			√
6	Syakira Atifa Putri	S	B	S	B	S			√
7	Hazzel Adinata	S	B	S	B	S			√
8	Yumna Hafiza	S	B	S	S	B			√
9	Dzahira Putri Balqis	S	B	S	B	S			√
10	Aisha Fatisha Kamal	B	S	S	B	S			√
11	Aisha Almahsyara	B	B	B	B	B	√		
12	Silmi Kaffah	B	B	B	B	B	√		
13	Raisha Zuhayra	B	B	S	B	B		√	
14	Haifa Safina	S	S	S	B	B			√
15	Almira Azkia	B	B	S	B	B		√	
16	Prabu Akhsan Ilmin Karim	S	S	B	S	S			√
17	Rais Mumtaz	B	B	B	B	B	√		
18	Abid Fadhil Abyan	B	B	B	B	B	√		
19	Shanika Rifaya Rafifah	S	B	B	B	B		√	
20	Ailila Kirana	S	B	S	S	B			√
21	Wifra Rafdia	S	S	B	B	B		√	

¹ Hasil Tes Penalaran Matematika (TPM I) Pada Siswa Kelas IX-11 MTsN 1 Banda Aceh

22	Ilmira P. Lathifa	S	S	S	B	S	√
23	Syahira Alifah Anwar	S	B	S	S	S	√
24	Annisa Nabilah	B	S	S	S	S	√
25	Khalisa Aira Putri	B	B	S	S	B	√
26	Alifia Farra Humaira	B	B	S	B	B	√
27	Deby Nurlita Julianto	B	S	S	B	B	√
28	Asy Syifa Rizkia	S	S	S	B	S	√
29	Khansa Armada	S	S	S	B	B	√
30	Shakila Fhahira	S	S	S	B	B	√
31	Farissa Almujaadila	S	S	S	B	B	√
32	Khanza Putri Akina	S	S	S	B	B	√
33	Lubnaya Tsabilah	S	B	S	S	B	√
Siswa Tingkat Tinggi : 4 Siswa							
Siswa Tingkat Sedang : 8 Siswa							
Siswa Tingkat Rendah : 21 Siswa							
Total Keseluruhan Siswa : 33 Siswa							

Berdasarkan tabel 4.1 hasil rekapitulasi menunjukkan sebaran kemampuan matematika siswa kelas IX-11 pada TPM I cenderung menumpuk di kategori rendah. Dari 33 siswa, hanya 12% siswa mampu menjawab semua soal dengan benar dan dikategorikan berkemampuan tinggi, kemudian 24% siswa berada di kategori sedang, dan sebagian besar 64% siswa berada di kategori rendah. Hal ini menunjukkan bahwa sebagian besar siswa masih kesulitan menyelesaikan persoalan penalaran matematika yang berkaitan dengan materi geometri.

Peneliti memilih 3 subjek penelitian dari masing-masing perwakilan setiap kelompok kemampuan. Pemilihan subjek ini mempertimbangkan keunikan dari cara berpikir selama proses pengerjaan instrumen TPM I dan ketersediaan diri calon subjek untuk mengikuti tahap tes selanjutnya. Berdasarkan tabel terlihat bahwa subjek Silmi Kaffah (SK) secara administratif masuk ke dalam kategori kemampuan tinggi pada TPM I dengan skor sempurna. Namun, setelah dilakukan analisis lebih mendalam melalui instrumen TPM II, subjek menunjukkan ketidakkonsistenan dalam menerapkan konsep geometri dan lebih banyak menunjukkan karakteristik profil kemampuan sedang.

Oleh karena itu, peneliti menetapkan Silmi Kaffah sebagai subjek unik yang mewakili kategori kemampuan sedang guna melihat lebih jauh bagaimana proses berpikir intuitifnya bekerja dalam kondisi tersebut. Ketiga subjek yang terpilih kemudian diberikan Tes Penalaran Matematika II (TPM II) yang dilaksanakan pada tanggal 10 Februari 2026. Soal pada TPM II terdiri dari 5 butir soal uraian yang memiliki substansi masalah yang sama dengan TPM I namun disajikan dalam konteks yang berbeda.

Instrumen ini dirancang bukan sekadar untuk menguji penguasaan rumus, melainkan untuk memicu munculnya respons intuitif siswa saat menghadapi masalah geometri. Hasil pengerjaan TPM II inilah yang akan menjadi dasar bagi peneliti untuk melakukan wawancara mendalam guna mengungkapkan karakteristik *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* siswa. Adapun rekapitulasi hasil TPM II tersebut disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 4. 2 Rekapitulasi Hasil TPM II Siswa MTsN 1 Banda Aceh²

No	Nama Siswa	Nomor Soal					Kategori Kemampuan		
		1	2	3	4	5	Tinggi	Sedang	Rendah
1	Abid Fadhil Abyan	B	B	B	B	B	√		
2	Silmi Kaffah	S	S	S	S	B		√	
3	Dhaifullah Rizky Mubarak	S	S	B	B	S			√

Dari tabel 4.2 dapat disimpulkan subjek dengan kategori tinggi cenderung mampu mempertahankan konsistensi jawaban dengan benar, sementara subjek dengan kategori sedang dan rendah menunjukkan kesulitan yang berbeda dalam menyelesaikan soal, baik dari segi pemahaman konsep maupun logika penyelesaian.

Meskipun pada TPM II subjek S₂PS hanya menjawab benar 1 soal dan subjek S₃LR menjawab benar 2 soal, peneliti tetap mengklasifikasikan S₂PS pada kategori sedang dan S₃LR pada kategori rendah. Hal ini didasarkan pada rekam jejak kemampuan mereka, S₂PS menunjukkan potensi tinggi pada TPM I namun mengalami ketidakkonsistenan yang merupakan ciri khas subjek berkemampuan

² Hasil Tes Penalaran Matematika (TPM I) Pada Siswa Kelas IX-11 MTsN 1 Banda Aceh

sedang, sementara S₃LR secara konsisten berada pada rentang skor rendah (0-2) di kedua tes tersebut. Untuk memudahkan identifikasi masing-masing subjek dalam proses analisis data selanjutnya, peneliti melakukan pengodean sebagaimana disajikan pada Tabel 4.3 berikut:

Tabel 4. 3 Subjek Penelitian Terpilih³

No	Inisial Siswa	Kemampuan Matematika	Kode
1	AFA	Tinggi	S ₁ LT
2	SK	Sedang	S ₂ PS
2	DRM	Rendah	S ₃ LR

Keterangan:

- a. S₁, S₂, S₃ adalah Subjek 1,2,3
- b. L adalah subjek laki-laki ; P adalah subjek perempuan
- c. T, adalah kemampuan matematika tingkat tinggi
- d. S, adalah kemampuan matematika tingkat sedang
- e. R, adalah kemampuan matematika tingkat rendah

Dengan ditetapkannya ketiga subjek penelitian tersebut, maka tahap selanjutnya adalah melakukan analisis mendalam terhadap hasil jawaban TPM II dan hasil wawancara untuk mendeskripsikan karakteristik berpikir intuitif siswa.

2. Analisis Data Berpikir Intuitif

Analisis data dalam berpikir intuitif di paparkan dengan rinci menggunakan kerangka kerja DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) yang dikembangkan oleh Guershon Harel dan digunakan untuk menganalisis proses berpikir intuitif siswa saat menyelesaikan masalah geometri pada instrumen TPM I dan TPM II. Penggunaan kerangka kerja ini didasarkan pada Prinsip Dualitas (*Duality Principle*), yang menyatakan bahwa cara siswa memahami suatu konsep matematika (*Ways of Understanding*) berkaitan erat dengan cara mereka berpikir

³ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91.

(*Ways of Thinking*).⁴ Oleh karena itu, analisis ini difokuskan pada dua aspek utama, yaitu *Ways of Understanding* untuk melihat produk kognitif atau pesan yang dipahami siswa, dan *Ways of Thinking* untuk melihat pola pikir atau karakteristik mental siswa saat merespons soal. Data yang disajikan merupakan hasil triangulasi antara jawaban tertulis siswa pada TPM II dan hasil wawancara yang mendalam (*in-depth-interview*). Analisis ini dipaparkan secara naratif untuk setiap kategori kemampuan, dimulai dari subjek berkemampuan tinggi, sedang, hingga rendah.

Hal ini bertujuan untuk menggambarkan profil berpikir intuitif siswa yang muncul secara spontan (intuisi murni) maupun yang diperkuat oleh keyakinan formal. Semua aspek dari karakteristik *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang ditemukan oleh peneliti memengaruhi tindakan mental yang dilakukan oleh siswa. Cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah dipengaruhi oleh cara mereka memahami konsep yang telah mereka pelajari, begitu pun sebaliknya, cara berpikir mereka dapat memengaruhi cara mereka memahami ide atau masalah baru.

Berdasarkan teori Harel (dalam Hani Nurhasanah, Turmudi, Al Jupri) mengemukakan prinsip dualitas dalam sistem DNR. Prinsip ini terdiri dari dua prinsip ganda: *Duality I (Students at any grade level come with a set of ways of thinking, some desirable and some undesirable, that inevitably affect the ways of understanding we intend to teach them)* dan *Duality II (Students develop desirable ways of thinking only through proper ways of understanding)*. Perubahan dalam cara berpikir membawa perubahan dalam cara pemahaman, begitu pun sebaliknya. Sehingga terdapat hubungan timbal balik antara cara berpikir (WoT) dan cara memahami (WoU) dalam prinsip dualitas.⁵

⁴ Harel, G. (2008). What is Mathematics? A Pedagogical Answer to. *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy*, 59, 265.

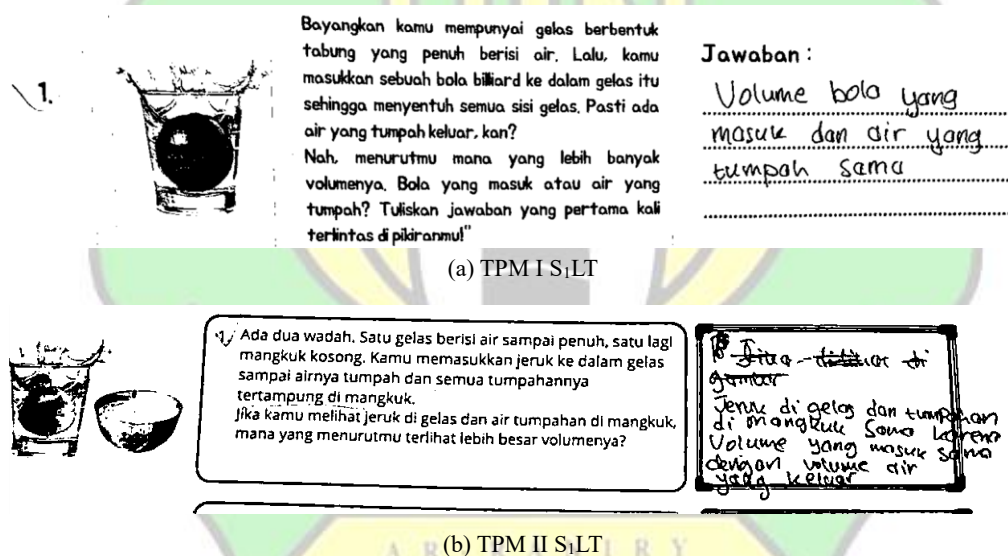
⁵ Nurhasanah, H., Turmudi, T., & Jupri, A. (2021). Karakteristik ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) siswa berdasarkan teori harel. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 3(1), 105-113.

Berdasarkan kerangka pemikiran di atas, analisis proses berpikir intuitif untuk masing-masing subjek penelitian yang ditinjau dari aspek *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* dipaparkan sebagai berikut:

a. Analisis Subjek Kemampuan Tinggi

Dalam kategori ini, peneliti menganalisis proses berpikir intuitif dari subjek berkemampuan tinggi dengan inisial AFA kode S₁LT. Pemilihan subjek didasarkan pada hasil TPM I, yang menunjukkan skor sempurna, yang kemudian dikonfirmasi Kembali oleh hasil TPM II. Berdasarkan kedua instrumen, subjek menunjukkan konsistensi dalam memberikan jawaban yang benar, tepat, dan sistematis. Berikut adalah paparan data dan analisis subjek S₁LT:

Gambar 4. 1 Perbandingan Hasil Kerja S₁LT Soal Nomor 1



Gambar 4.1 menunjukkan bahwa S₁ memiliki *Ways of Understanding* yang sangat konsisten dan stabil. Di mana pada TPM I, S₁ menyatakan “*volume bola yang masuk dan air yang tumpah sama.*” Pada TPM II pemahaman identik kembali muncul di mana S₁ menyatakan bahwa “*volume air dan jeruk dalam mangkuk sama karena volume yang masuk sama dengan volume air yang keluar.*” Hal ini menunjukkan bahwa S₁ memiliki pemahaman konseptual yang kuat tentang volume sebagai representasi ruang yang ditempati oleh suatu bangun ruang, bukan sekadar hafalan.

S₁ memahami secara intuitif bahwa objek benda padat, seperti bola atau jeruk, memiliki volume yang akan “menggantikan” posisi air dalam ruang yang sama, sehingga volume air yang berpindah merupakan representasi akurat dari volume bangun ruang tersebut. Ditinjau dari aspek *Ways of Thinking*, S₁ menunjukkan adanya karakter berpikir *intuitif affirmatory*. Untuk mengungkapkan proses berpikir di balik jawaban tertulis S₁LT, peneliti melakukan wawancara yang menyeluruh. Berikut adalah beberapa petikan fakta dari wawancara tersebut yang menunjukkan pola pikir dari S₁:

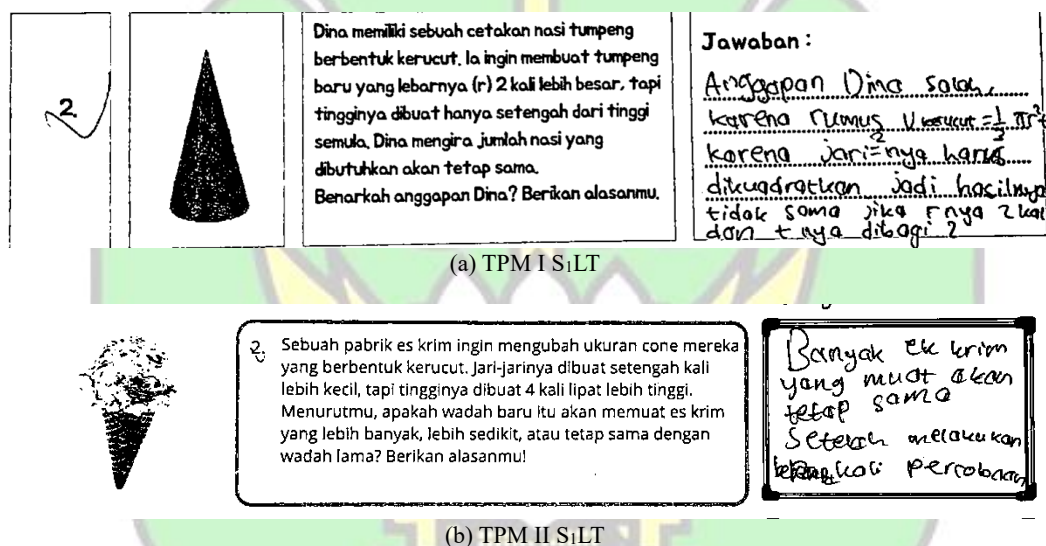
- Peneliti : “Abid ingat nggak soal TPM I minggu lalu, pas tadi kerjain soal ini? “tadi Abid sempat terkecoh nggak sama mangkok ini?”
- S₁ : “Ada yang ingat, ada yang nggak. Tapi soalnya mirip-mirip lah, awalnya sempat terkecoh karna belum *connect*. kan kalau dimasukin bola (S₁ jeda sejenak) berarti air yang tumpah itu sama dengan volume bola yang masuk. Berarti volume masuk sama dengan volume yang keluar. kalau bolanya gedanya segitu, jadinya air yang keluar banyaknya segitu juga, ‘kan ngambil tempat jadinya kak”

Berdasarkan hasil wawancara di atas *Ways of Thinking* S₁ didominasi oleh sifat berpikir *intuitif affirmatory*. TPM I (bola) dan TPM II (jeruk) berbeda secara visual, namun S₁ mampu mengabstraksi keduanya dengan prinsip matematika yang sama, terlihat dengan jelas karakteristik *Self Evidence*, di mana subjek secara spontan percaya bahwa volume benda padat akan menggantikan ruang yang ditempati oleh air, ditunjukkan oleh penggunaan istilah “mengambil tempat”.

Hubungan ini dianggap sebagai keyakinan nyata yang tidak memerlukan pembuktian rumus formal bagi S₁. Fakta yang diakui S₁ bahwa ia “*sempat terkecoh*” dan “*belum connect*” dengan keberadaan mangkuk pada TPM II menunjukkan kekuatan intuisi yang ada pada S₁. Namun, sifat *Affirmatory Intuition* segera mengarahkan pola pikirnya sehingga ia dapat mengatakan bahwa “volume masuk sama dengan volume yang keluar”. Keyakinan batin (*Intrinsic Certainty*) S₁ sangat stabil, saat dikonfirmasi melalui wawancara, ia merasa yakin dengan

jawabannya karena itu dianggap sebagai logika dasar yang umum. Meskipun terdapat sedikit coretan pada TPM II, hal tersebut tidak mengubah esensi jawaban subjek, yang menunjukkan proses verifikasi mental yang sangat singkat sebelum menuliskan jawaban akhirnya. Kesamaan respons terhadap dua objek yang berbeda (bola dan jeruk) menunjukkan bahwa *Ways of Thinking* subjek telah mencapai tahap abstraksi yang baik, di mana ia dapat secara spontan melihat prinsip geometri di balik fenomena visual. Dalam kerangka DNR yang dikembangkan oleh Harel, *Ways of Thinking* subjek telah berhasil membentuk *Ways of Understanding* yang konsisten dan akurat pada kedua instrumen tes.

Gambar 4. 2 Perbandingan Hasil Kerja S₁LT Soal Nomor 2



Gambar 4.2 menunjukkan bahwa S₁ memiliki pemahaman konseptual yang sangat baik tentang hubungan multiplikatif variabel dalam volume kerucut. Pada TPM I, *Ways of Understanding* S₁ terlihat melalui kemampuan ketika mematahkan argumen tokoh Dina dengan menggunakan rumus formal yaitu $V = \frac{1}{3} \pi r^2 t$. S₁ memahami bahwa variabel jari-jari (r) memiliki pengaruh kuadratik terhadap volume, sehingga perubahan pada dimensi ini jauh lebih signifikan daripada perubahan pada tinggi (t) yang bersifat linear. Pemahaman ini berkembang lebih konsisten pada TPM II, di mana S₁ menyatakan bahwa “banyak es krim yang muat akan tetap sama” (invarian) melalui proses penyeimbangan variabel. Dengan mengatakan bahwa ia telah melakukan “beberapa kali percobaan” secara mental,

terlihat bahwa *Ways of Understanding* S_1 memiliki kemampuan kompensasi variabel yang presisi. Di mana ia menyadari bahwa menurunkan nilai jari-jari menjadi setengah ($\frac{1}{2}r$) akan menghasilkan nilai $\frac{1}{4}$ secara kuadratik, yang kemudian diseimbangkan secara sempurna oleh peningkatan tinggi empat kali lipat (t). Pemahaman ini terbentuk karena adanya dorongan karakteristik intuisi yang kuat terutama *intrinsic certainty* yaitu adanya keyakinan batin yang kuat bahwa volume tersebut akan tetap sama karena kepastian internalnya berbasis pada logika kompensasi matematis yang telah diinternalisasi dalam struktur kognitifnya, S_1 tidak terpengaruh oleh visualisasi bentuk kerucut yang lebih ramping dan tinggi pada TPM II.

Selain itu karakteristik lain juga muncul yaitu *extrapolativeness*. Karakteristik ini muncul saat S_1 melakukan simulasi mental untuk menjangkau melampaui data yang tersurat, sehingga ia mampu memprediksi dengan akurat bahwa penurunan nilai pada satu dimensi dapat dikompensasi oleh kenaikan dimensi lainnya demi menjaga *invariant* (kesamaan) volume. Selain itu, karakteristik *globality* muncul dari cara S_1 melihat masalah sebagai satu kesatuan utuh, S_1 tidak terjebak pada perubahan variabel secara terpisah, tetapi langsung menangkap hubungan antara jari-jari dan tinggi.

Peneliti melakukan analisis lebih mendalam tentang bagaimana proses berpikir tersebut dapat muncul untuk mengungkap mekanisme kognitif dan karakteristik intuitif yang mendasari jawaban subjek. Peneliti akan menjelaskan bagaimana skema mental S_1 mengolah hubungan antar variabel dengan mengintegrasikan hasil pekerjaan tertulis dan data wawancara. Berikut adalah hasil wawancara singkat dengan S_1 :

Peneliti : “Abid padahal kan t nya hanya di potong setengah harusnya sama nggak sih, terus di soal ini (TPM II) tingginya jadi 4 kali lipat lhoo (jeda sejenak) menurut kakak cone ini bakalan muat es krim yang lebih banyak”

- S₁ : “Nggak kak, kan (t) tuh nggak kuadrat dia. Gini kak, di soal minggu lalu menurut saya jumlah yang dibutuhin itu ga sama karena kemarin udah coba masukan r sma t nya, uji coba saya pakai rumus (jeda sejenak) saya lihat r nya kak”
- Peneliti : “Menurut Abid r itu berpengaruh yaa? Kalau kakak bilang r itu nggak berpengaruh gimana? lebih besar pengaruh r atau t Abid?”
- S₁ : “Lebih berpengaruh r kak, karena r itu pangkat 2 sedangkan t itu pangkat 1”.

Berdasarkan hasil wawancara tersebut S₁ terlihat memiliki karakteristik yang lain yaitu *coerciveness* (ketegasan). Dapat disimpulkan bahwa analisis proses berpikir S₁ mengindikasikan bahwa *Ways of Thinking* subjek sangat didominasi oleh penalaran fungsional yang intuitif dalam menyelesaikan masalah perubahan dimensi kerucut. S₁ memiliki skema mental yang didasarkan pada sifat *coerciveness* yang cenderung memaksakan pendapatnya sesuai dengan aturan matematis.

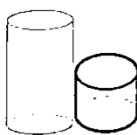
S₁ dapat dengan mudah membedakan tingkat pengaruh antara berbagai variabel dan tidak terkecoh dengan jebakan peneliti dan tetap mempertahankan prinsip pangkat pada variabel jari-jari (r) dan menolak pengaruh linear pada tinggi (t). Jawaban tersebut menunjukkan bahwa dalam struktur berpikirnya, aturan pangkat pada variabel adalah sebuah kepastian logika yang memaksa S₁ untuk menyimpulkan bahwa perubahan pada jari-jari (r) akan selalu berdampak lebih besar daripada perubahan pada tinggi (t). Selain itu, dalam pengujian *invarian volume*, metode simulasi mental menunjukkan bahwa S₁ memiliki kemampuan *extrapolativeness* yang kuat.

Saat S₁ menjelaskan proses kerjanya yang melampaui data tertulis melalui uji coba internal, hal ini dikonfirmasi oleh pernyataannya yaitu “Gini kak, di soal minggu lalu menurut saya jumlah yang dibutuhin itu nggak sama karena kemarin udah coba masukan r sma t nya, uji coba saya pakai rumus.. saya lihat r nya kak.” Berdasarkan pernyataan tersebut *Ways of Thinking* S₁ bekerja melalui “*mental simulation*” di mana S₁ melakukan substitusi nilai ke dalam rumus secara internal. Kemampuan ini disempurnakan dengan karakteristik *globality*, di mana S₁ mampu

melihat hubungan relasional antara jari-jari dan tinggi sebagai satu kesatuan sistem yang saling mengompensasi, terutama pada TPM II di mana ia yakin volume tetap sama meskipun dimensi tingginya berubah menjadi empat kali lipat. S_1 tetap konsisten terhadap jawabannya dengan alasan, “Nggak kak, kan (t) tuh nggak kuadrat dia,” meskipun terdapat gangguan visual yang disebabkan oleh perbedaan bentuk fisik benda. Keyakinan batinnya (*intrinsic certainty*) yang sangat kuat berasal dari pemahaman bahwa volume dapat tetap sama selama keseimbangan antara variabel pangkat dua (r) dan pangkat satu (t) terpenuhi secara matematis.

Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S_1 menunjukkan gaya berpikir deduktif dan intuitif yang sangat efektif dalam mengeksplorasi ide geometri ruang. Setelah melihat karakteristik berpikir S_1 , yang menunjukkan profil deduktif intuitif yang efektif melalui kemampuan kompensasi variabel, penelitian ini berlanjut untuk melihat apakah ada kesamaan atau perbedaan karakteristik intuitif antara kedua subjek berkemampuan tinggi dalam menghadapi masalah perubahan dimensi yang serupa.

Gambar 4. 3 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 3

3. 

Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?

Jawaban :
Pendapat Juwita, karena belum tentu yang lebih tinggi lebih banyak air karena volume tabung itu dipengaruhi oleh 2 hal yaitu jari-jari dan tinggi

(a) TPM I S_1 LT

3. 

Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung x dibuat tinggi, Tabung y dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung x akan mampu menampung pasir lebih banyak.

Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?

Tidak, volume tabung sangat dipengaruhi oleh r dan t , jadi belum tentu jika yang lebih tinggi dia yang paling banyak

(b) TPM II S_1 LT

Gambar 4.3 hasil jawaban tertulis pada TPM I dan TPM II, *Ways of Understanding* menunjukkan adanya dominansi karakteristik *coerciveness* (ketegasan) yang sangat kuat dalam struktur pemahamannya. S_1 memiliki skema

berpikir yang “tegas” secara logis oleh hukum matematika $V = \pi r^2 t$, sehingga ia secara konsisten menolak setiap argumen visual yang bertentangan dengan prinsip tersebut. Hal ini terbukti dari respon S_1 pada TPM I dan TPM II, di mana ia tidak sekadar memberikan jawaban, tetapi memberikan filtrasi kritis terhadap pendapat tokoh dalam soal yang hanya mengandalkan dimensi tinggi sebagai parameter volume. S_1 merefleksikan pemahaman konsep yang bersifat relasional dan fungsional terhadap struktur volume tabung. Ia menunjukkan hasil pemahaman bahwa volume tidak dapat ditentukan hanya melalui satu atribut visual tunggal seperti ketinggian benda, melainkan merupakan hasil interaksi multiplikatif antara jari-jari (luas alas) dan tinggi.

Pada TPM I, saat dihadapkan pada perbandingan dua tabung berisi air, W_oU S_1 terlihat dari argumennya yang menyatakan bahwa “*belum tentu yang lebih tinggi lebih banyak air*”. *Ways of Understanding* menunjukkan adanya karakteristik *self evident*, di mana bagi S_1 , fakta bahwa jari-jari memengaruhi volume adalah fakta yang tidak perlu dipertanyakan lagi. Ia memahami prinsip kompensasi, yang berarti bahwa keunggulan dimensi tabung tertentu dapat diimbangi oleh keunggulan dimensi jari-jari tabung lain. Pada TPM II, S_1 menyatakan bahwa “*volume tabung sangat dipengaruhi oleh r dan t* ” dan menolak persepsi visual bahwa tabung lebih tinggi pasti menampung lebih banyak pasir. Hal ini menunjukkan bahwa S_1 memiliki skema pemahaman yang tidak bergantung pada konteks benda (air atau pasir), melainkan pada struktur formal geometri.

Pernyataan ini menunjukkan *intrinsic certainty* (keyakinan batin) yang tinggi. Dalam hal ini, S_1 meyakini bahwa kebenaran volume bersifat relatif terhadap variabel penyusunnya dan bukan bergantung pada penampakan fisik “tinggi kurus” atau “pendek gemuk” semata. Selain itu, *Ways of Understanding* S_1 menunjukkan kemampuan *globality* yang matang, di mana ia memproses jari-jari dan tinggi sebagai satu kesatuan fungsi yang utuh. Dengan menyatakan bahwa pendapat yang hanya bergantung pada tinggi “*belum tentu benar*”, S_1 juga menunjukkan kemampuan *extrapolativeness*, yaitu kemampuan memprediksi variasi hasil volume di luar data yang terbatas yang tersedia.

Secara keseluruhan, pemahaman S_1 didorong oleh intuisi simbolik yang konsisten logika formal berfungsi sebagai alat utama untuk memverifikasi fenomena geometri ruang di luar kesan visual yang semu. Setelah memaparkan *Ways of Understanding* selanjutnya peneliti akan menganalisis hasil wawancara untuk menggali *Ways of Thinking*. Berikut hasil wawancara pada soal no 3:

Peneliti : “Abid di soal minggu lalu dan soal harini jawabannya konsisten nih yaa, Abid yakin dengan jawaban Abid?”

S_1 : “Yakin kak, karena soal di no 3 yang ini sama persis kayak soal minggu lalu, jadi gini kak menurut saya tinggi nggak bisa jadi patokan utama kak karena, volume tabung itu dipengaruhi sama 2 hal jari-jari (r) dan tinggi (t) nggak bisa kalau cuma salah satu. Pola soal no 3 ini kan kak hampir mirip sama soal yang no 2”

Peneliti : “Perasaan Abid aja nggak sih (jeda sejenak) kenapa Abid bisa yakin sama jawaban ini”

S_1 : “Yakin aja sih kak, logikanya volume tabung itu emang tergantung banget sama si jari-jari (r) itu, nggak mungkin nggak”

Berdasarkan hasil wawancara pada butir soal nomor 3, *Ways of Thinking* yang ditunjukkan oleh S_1 menunjukkan proses berpikir yang sangat konsisten bertindak sebagai instrumen utama dalam memverifikasi kebenaran geometri. Karakteristik *coerciveness* (ketegasan) yang sebelumnya terlihat pada jawaban tertulis, terkonfirmasi sangat kuat dalam wawancara ini. S_1 menyatakan bahwa volume harus dipengaruhi oleh dua hal sekaligus dengan penegasan, “*volume tabung itu dipengaruhi sama 2 hal jari-jari (r) dan tinggi (t) nggak bisa kalau cuma salah satu.*”

Ungkapan tersebut membuktikan adanya kekuatan logis yang mendikte pikiran S_1 sehingga ia secara tegas menolak argumen visual yang hanya berpatokan pada tinggi. Hal ini sejalan dengan temuan pada *Ways of Understanding* di mana S_1 secara konsisten menyaring informasi visual melalui filter rumus $V = \pi r^2 t$. Kekuatan logika tersebut menciptakan *intrinsic certainty* (keyakinan batin) yang sangat stabil di mana S_1 tetap teguh dan menjawab, “*Yakin kak... tinggi nggak bisa*

menjadi patokan utama.” Meskipun peneliti mencoba mengalihkan perhatiannya hal ini membuktikan analisis WoU sebelumnya bahwa S_1 memiliki kepastian internal yang bergantung pada hubungan fungsional antar variabel daripada penampilan fisik. Saat S_1 memproses jari-jari dan tinggi sebagai paket informasi yang utuh, karakteristik *globality* tampak konsisten. S_1 secara spontan menyebutkan kedua variabel tersebut sekaligus, menunjukkan bahwa pemikirannya bersifat menyeluruh dan tidak parsial. Sementara itu, sikap S_1 yang menganggap hubungan variabel tersebut sebagai kebenaran yang sudah semestinya menunjukkan karakteristik *self evident*.

Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S_1 mengonfirmasi bahwa intuisi simbolik telah menjadi landasan utama bagi subjek dalam memahami konsep volume tabung secara relasional. Dapat disimpulkan bahwa struktur *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* S_1 didominasi oleh karakteristik *coerciveness* (ketegasan dan kekuatan memaksa). Sebagai satu-satunya otoritas yang memaksa subjek untuk menolak segala bentuk persepsi visual yang tidak logis, logika formal matematika mengenai variabel yang membentuk volume tabung telah menjadi otoritas tunggal.

S_1 yakin untuk mengabaikan dimensi fisik yang tampak menipu karena dia percaya bahwa perbedaan tinggi dan jari-jari adalah kebenaran fungsional yang mutlak. Ini menunjukkan kematangan intuisi simbolik S_1 , di mana kekuatan logika rumus berfungsi sebagai filter utama untuk memverifikasi setiap fenomena geometri yang dihadapi.

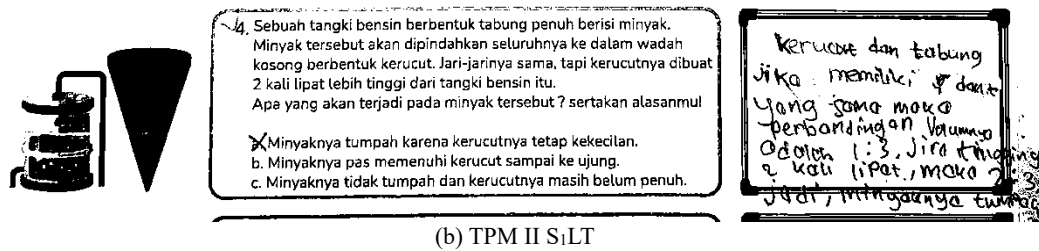
Gambar 4. 4 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 4

Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari-jari 6 m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari-jari yang sama namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tinggi tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?

Jawaban:
Pasir tersebut titik puncaknya tidak runcing lagi karena tinggi wadahnya lebih pendek dari pasir yang akan dipindahkan ke wadah. Sehingga titik puncaknya akan ikut ke dalam wadah pasir yg muat

Jawaban: tabung.

(a) TPM I S_1 LT



Gambar 4.4 menunjukkan S_1 pemahaman relasional yang sangat matang melalui skema perbandingan volume, berdasarkan hasil jawaban tertulisnya pada TPM I dan TPM II. Karakteristik S_1 yang paling menonjol pada *Ways of Understanding* adalah *extrapolativeness* yang sangat kuat dikarenakan kemampuan S_1 untuk menerapkan pemahaman dasar tentang hubungan volume tabung dan kerucut ke dalam situasi masalah yang dimensinya telah dimanipulasi. S_1 tidak hanya menebak berdasarkan visualisasi kerucut yang lebih tinggi pada TPM II, tetapi juga mengekstrapolasi aturan matematis dengan menuliskan, “Kerucut dan tabung jika memiliki r dan t yang sama maka perbandingan volumenya adalah 1:3. Jika tingginya dua kali lipat, maka 2:3. Jadi, minyaknya tumpah.”

Dengan menggunakan struktur rasio, S_1 berhasil menarik kesimpulan yang melampaui data yang dapat dilihat. Ia menyadari bahwa meskipun tinggi kerucut bertambah menjadi dua kali lipat ($2t$) volumenya tetap tidak akan cukup untuk menampung volume bagian tabung asal (3 bagian) karena hanya memenuhi $\frac{2}{3}$ bagian. Kemampuan untuk mengekstrapolasi identitas dari 1:3 menjadi 2:3 ini menunjukkan bahwa S_1 memiliki struktur kognitif yang mampu memprediksi hasil akhir dengan akurat tanpa perlu melakukan perhitungan angka yang kompleks.

Selain itu, muncul karakteristik *coerciveness* yang menyertai temuan tersebut S_1 dengan tegas mengatakan, “Minyaknya tumpah” karena ia merasa dipaksa oleh kebenaran rasio 1:3. Keputusannya tidak goyah oleh distraksi visual kerucut yang terlihat tinggi. Cara S_1 menyajikan argumennya yang lugas juga menunjukkan karakteristik *self evident* bagi S_1 , hubungan antara volume tabung dan kerucut adalah fakta yang sudah jelas dan dapat dijelaskan dengan perbandingan sederhana. Secara keseluruhan, *Ways of Understanding* S_1 pada soal nomor 4 didominasi oleh

kemampuan ekstrapolasi, yang memungkinkan subjek melakukan generalisasi yang konsisten tentang hubungan antar bangun ruang. Berikut dipaparkan hasil wawancara untuk menganalisis *Ways of Thinking* S₁.

Peneliti : “Bisa dijelaskan maksud dari jawaban kamu Abid?.”

S₁ : “Jadi kak di TPM I diakan kayak ditaruh terus diguntingin (dipangkas). Nah puncaknya itu terpotong, jatuh ke tabung bentuknya mengikuti tinggi wadahnya yang lebih pendek, tidak runcing lagi, terus kalau di TPM II hubungan kerucut sama tabung itu, kalau jari-jari (r) dan tingginya (t) sama, perbandingannya itu 1:3 karena rumus volume kerucut $\frac{1}{3}\pi r^2 t$, sedangkan volume tabung adalah $\pi r^2 t$. Nah, soal ini tinggi kerucutnya dijadikan dua kali lipat ($2t$) otomatis volumenya juga dikali dua, sehingga perbandingannya menjadi 2:3. Jadinya masih menang setengah, masih satu volume, uh, tabung itu masih satu setengah kali lebih gede daripada volume si kerucut tuh.”

Peneliti : “Menurut Abid berapa kali lipat lagi tinggi kerucut yang dibutuhkan biar minyaknya ga tumpah”

S₁ : “3 kali lipat kak, karena saya sudah pernah buktiin rumusnya.”

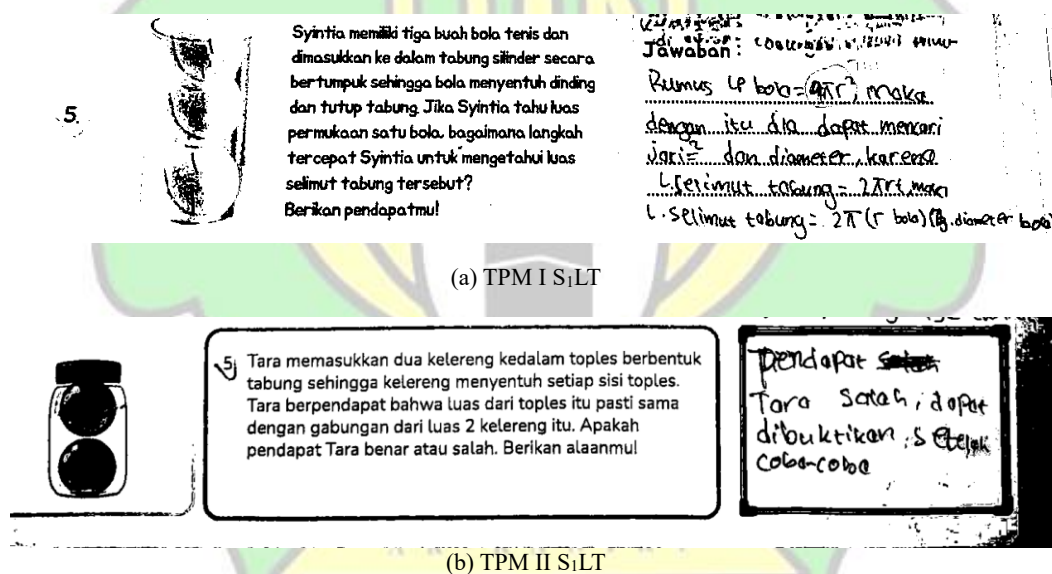
Berdasarkan hasil wawancara analisis *Ways of Thinking* S₁ menunjukkan konsistensi yang kuat dengan hasil *Ways of Understanding*, di mana subjek menggunakan simulasi mental dan model matematis. Dalam wawancara, sifat *ekstrapolateness* yang telah terlihat sebelumnya pada jawaban tertulis skema rasio 2:3 dikonfirmasi secara menyeluruh. S₁ dapat menjelaskan secara lisan bagaimana rasio tersebut berasal dari 1:3 hubungan volume kerucut dan tabung, yang kemudian diproyeksikan menjadi 2:3 seiring tinggi kerucut.

Hal ini menunjukkan kemampuan skema kognitif S₁ untuk memasukkan konsep teoretis ke dalam manipulasi dimensi yang dinamis. Ketika ia menyatakan bahwa volume tabung masih “*satu setengah kali lebih gede*” daripada kerucut, karakteristik *coerciveness* di mana daya paksa logis S₁ tampaknya sangat dominan. Oleh karena itu, rasio ini menjadi otoritas logis yang memaksa S₁ untuk meyakini

tanpa keraguan bahwa minyak akan tumpah. Selain itu karakteristik *globality* yang didukung kemampuan visualisasi ruang juga muncul hal ini terlihat saat S_1 menjelaskan fenomena puncaknya tidak runcing lagi dengan analogi “diguntingin”. Menurut metafora, S_1 melihat objek geometri sebagai entitas fisik yang bentuknya dapat berubah sesuai dengan batasan wadah. Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S_1 menegaskan bahwa pemahaman tentang *Ways of Understanding* didasarkan pada kemampuan untuk memvisualisasikan ruang dengan baik dan mengekstrapolasi aturan matematis yang ketat.

Berdasarkan analisis tersebut, dapat disimpulkan bahwa S_1 menunjukkan sifat intuisi pada butir soal nomor 4 yang didominasi oleh *extrapolativeness* dan *coerciveness*.

Gambar 4. 5 Perbandingan Hasil Kerja S_1 LT Soal Nomor 5



Gambar 4.5 menunjukkan S_1 memiliki *Ways of Understanding* yang sangat komprehensif dari karakteristik *globality* dan *extrapolativeness*. Ketika S_1 mampu mengidentifikasi hubungan spasial antara bola dan tabung tanpa instruksi jelas, karakteristik intuisi *globality* terlihat dominan. S_1 memahami secara utuh bahwa tinggi tabung (t) setara dengan jumlah diameter tiga bola yang bertumpuk ($t = 3d$ atau $t = 6r$). Kemampuan S_1 untuk melihat tabung dan bola sebagai satu kesatuan sistem dimensi ini menunjukkan bahwa ia memproses objek geometri secara global,

bukan sekadar unit yang terpisah. Kemudian saat S_1 melakukan pemodelan matematis untuk menghitung luas selimut tabung, karakteristik *extrapolativeness* muncul. S_1 tidak hanya mampu menggunakan rumus standar luas selimut tabung ($L = 2\pi rt$), tetapi juga mampu mengekstrapolasi rumus tersebut dengan mensubstitusikan variabel tinggi (t) menjadi $3 \times \text{diameter bola}$.

Penggunaan variabel $3d$, yang setara dengan $6r$, menunjukkan fleksibilitas skema kognitif S_1 dalam mengintegrasikan informasi visual ke dalam formula matematis secara kreatif. Selain itu, dengan menulis rumus luas permukaan bola yang tepat ($4\pi r^2$) landasan konsep formal S_1 terlihat kokoh. Rumus ini digunakan sebagai “pintu masuk” untuk menghitung nilai jari-jari. Karakteristik *coerciveness* dan *self evident* diperkuat pada TPM II. Di mana S_1 menyatakan dengan jelas bahwa pendapat Tara adalah “salah”.

Meskipun kesimpulan tersebut terjadi “setelah coba-coba”, hal ini menunjukkan adanya fase verifikasi, bukan keraguan konsep. Sebelum membuat keputusan akhir, S_1 terlebih dahulu mengeksplorasi variabel secara mental untuk membuktikan dugaannya secara empiris. S_1 dapat mencapai keyakinan (*intrinsic certainty*) melalui proses ini. Untuk mendalami proses berpikir yang mendasari jawaban tertulis S_1 , wawancara yang dilakukan peneliti bertujuan untuk menganalisis *Ways of Thinking* S_1 . Berikut dipaparkan hasil wawancaranya.

Peneliti : “Abid jawabnya pakai rumus luas permukaan bola, hubungannya dengan luas selimut tabung apa Abid?, di TPM II pendapat Tara salah, kenapa?.”

S_1 : “Iya kak, kan rumus dari luas permukaan bola itu $4\pi r^2$ dari situ nanti Syintia bisa langsung dapat jari-jari sama diameternya kak. Nah rumus dari luas selimut tabung itu kan $2\pi rt$. Di soal kan dibilang tuh ada 3 bola yang nyentuh tabung dari atas sampai bawah, jadi tinggi tabung (t) itu sama aja kayak 3 kali dimeter bolanya. Terus kalau di TPM II awalnya saya bayangkan dan hitung karena disini Tara bilang luas toples itu sama dengan gabungan luas

kelereng. Pas saya coba bandingin keduanya itu ternyata luas selimut tabung jauh lebih besar dari pada luas kelereng.”

Peneliti : “Luas yang dimaksud Tara ini apasih Abid?”

S₁ : “Luas keseluruhan kak, ada alas, tutup, sama selimutnya.”

Berdasarkan hasil wawancara, *Ways of Thinking* S₁ selaras dengan *Ways of Understanding* yang telah dipaparkan sebelumnya. Ketika ia menjelaskan secara lisan bahwa ia tidak melihat tinggi tabung (t) sebagai variabel independen, tetapi sebagai kesatuan dimensi dari “tiga kali diameter bolanya”, operasi mental ini memperkuat temuan *Ways of Understanding*, di mana S₁ terbukti memproses objek geometri secara global dengan menangkap hubungan spasial instan antara tumpukan bola dan ruang tabung. Selain itu, S₁ menunjukkan kemampuan *extrapolativeness* melalui penalaran logis intuitif saat menghubungkan konsep luas permukaan bola ($4\pi r^2$) untuk memodifikasi rumus selimut tabung menjadi ($2\pi r \cdot 3d$).

Fleksibilitas kognitif ini menunjukkan bahwa *Ways of Understanding* S₁ mengenai rumus formal tidak bersifat statis sebaliknya, ia dapat diekstrapolasi secara kreatif dari konteks visual yang ia tangkap. *Ways of Thinking* S₁ menunjukkan proses internalisasi karakteristik *coerciveness* dan *self evident* melalui fase verifikasi selama pengerjaan TPM II. S₁ menunjukkan bahwa keputusannya untuk menyalahkan pendapat tokoh Tara didasarkan pada proses “bayangkan dan hitung”, yang menunjukkan bahwa istilah “coba-coba” di lembar jawaban adalah simulasi mental untuk mencapai *intrinsic certainty* (keyakinan batin).

S₁ menemukan ketidaksamaan nilai di antara elemen alas, tutup, dan selimut, yang membentuk luas keseluruhan tabung, dan membandingkannya dengan luas gabungan kelereng. Ketidaksamaan ini dianggap sebagai kebenaran yang jelas. Secara keseluruhan, analisis *Ways of Thinking* ini menunjukkan profil S₁ sebagai orang yang mampu menggabungkan persepsi intuitif dengan langkah-langkah matematik yang logis, sehingga setiap jawaban memiliki basis argumentasi yang

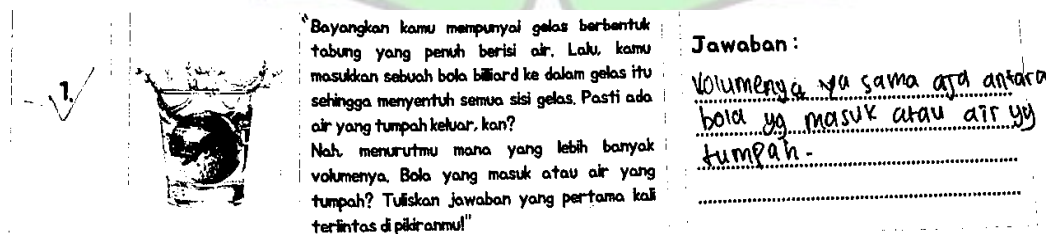
kuat. *Ways of Understanding* S_1 yang bersifat *globality* dan *extrapolativeness* (mampu memodifikasi rumus) berakar kuat pada *Ways of Thinking* yang bersifat deduktif intuitif. Keyakinan batin (*intrinsic certainty*) yang dimiliki S_1 bukan sekadar tebakan, melainkan hasil dari fase verifikasi mental yang matang, sehingga ia mampu melihat hubungan dimensi antar-bangun ruang sebagai suatu kebenaran yang nyata dengan sendirinya (*self evident*).

b. Analisis Subjek Kemampuan Sedang

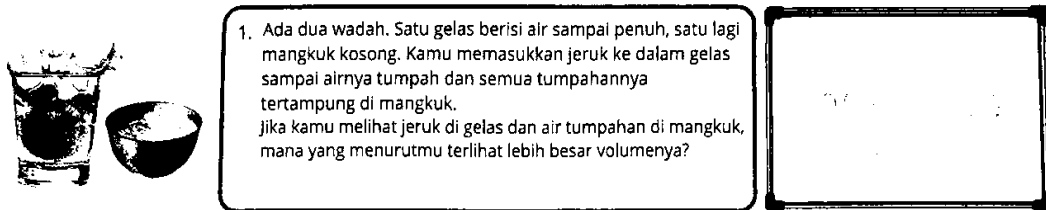
Dalam kategori ini, peneliti menganalisis proses berpikir intuitif dari subjek berkemampuan sedang dengan inisial subjek SK kode S_2PS . Pemilihan S_2 ini memiliki keunikansaat proses penetapan kategorinya. Menurut hasil TPM I, S_2 sebenarnya berada pada kategori kemampuan tinggi. Namun, setelah hasil TPM II dikonfirmasi dan pemeriksaan menyeluruh terhadap proses pengerjaannya, peneliti memutuskan untuk menempatkan subjek dalam kategori kemampuan sedang. S_2 hanya mampu menyelesaikan satu masalah dengan benar pada TPM II, sehingga keputusan ini dibuat karena pola jawaban dan stabilitas intuisinya menunjukkan dinamika yang sesuai dengan karakteristik kelompok sedang.

Ketika instrumen kedua digunakan untuk mengubah dimensi yang lebih kompleks, terlihat sedikit keraguan atau perbedaan dalam pemberian argumen. Oleh karena itu, analisis pada bagian ini akan mengeksplorasi bagaimana profil *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* dari S_2 dalam menyeimbangkan antara penggunaan intuisi dan pengetahuan formalnya. Paparan data dan analisis untuk subjek S_2 adalah sebagai berikut.

Gambar 4. 6 Perbandingan Hasil Kerja S_2PS Soal Nomor 1



(a) TPM I S_2PS



1. Menurut saya, volume di gelas pasti lebih besar, karena air tumpahan tidak mungkin tertampung full di mangkok, pasti ada yang terbuang oleh karena itu volume gelas > volume ~~gelas~~ mangkok.

(b) TPM II S₂PS

Gambar 4. 6 menunjukkan *Ways of Understanding* S₂ memahami konsep volume sebagai kapasitas ruang yang terisi, tetapi pemahaman ini belum mencapai tahap abstraksi yang stabil. S₂ menunjukkan respons yang kontradiktif antara kedua instrumen. Pada TPM I S₂ menyatakan bahwa “*volumenya sama saja antara bola yang masuk dan air yang tumpah*”. Secara matematis, *Ways of Understanding* S₂ di sini sudah tepat ia menunjukkan bahwa objek padat yang menempati ruang yang sudah terisi penuh akan menggeser isi ruang tersebut dalam jumlah yang sama dengan volume objek itu sendiri.

Sehingga karakteristik *self evident* muncul dikarenakan S₂ menganggap kesamaan jumlah ruang ini sebagai sesuatu yang logis dan nyata tanpa memerlukan pembuktian rumus. Dengan menghubungkan volume benda masuk dan air keluar sebagai satu kesatuan besaran yang tetap, ia menunjukkan adanya karakteristik *globality*. Namun, logika aproksimasi praktis, atau perkiraan, mengubah karakteristik *self evident* S₂ pada TPM II. S₂ mengatakan bahwa “*gelas memiliki volume yang lebih besar daripada mangkok karena air yang tumpah tidak mungkin tertampung sepenuhnya di mangkok, pasti ada yang terbuang.*”

S₂ terkecoh oleh representasi visual gambar dan gagal mempertahankan hukum kekekalan volume secara matematis. Ia percaya bahwa adanya “*volume yang hilang*” dalam proses perpindahan adalah kebenaran yang nyata dan jelas. Hal ini menjelaskan mengapa S₂ dikategorikan sebagai siswa berkemampuan sedang, meskipun ia memiliki intuisi matematika, namun intuisinya mudah goyah oleh variabel gangguan. Terlepas dari kendala teknis wadah, S₂ tidak dapat

mengekstrapolasi (*extrapolativeness*) atau membuat kesimpulan umum bahwa, secara teoritis, volume air dan jeruk yang tumpah adalah sama. Maka dari itu *Ways of Understanding* S₂ masih bergantung pada realitas ruang yang nyata daripada konsep ruang yang abstrak. Selanjutnya akan mengeksplorasi *Ways of Thinking* untuk mengungkap proses aksi mental yang terjadi di balik jawaban tersebut.

Analisis *Ways of Thinking* ini didasarkan pada temuan wawancara mendalam. Proses ini akan menunjukkan bagaimana S₂ mengonstruksi argumennya, apakah ia terus mempertahankan keyakinannya atau justru menunjukkan keraguan saat dihadapkan pada pertanyaan peneliti yang menimbulkan keraguan. Berikut adalah analisis proses berpikir intuitif pada S₂.

Peneliti : “Jawaban Silmi nggak konsisten nih ya antara TPM I dan TPM II, kenapa tuh?.”

S₁ : “Jadi gini kak untuk TPM I disini saya membayangkan pas waktu masuk bolanya tuh airnya tumpah semua. Jadi ketika bolanya masuk dan kalau bolanya ringan pasti dia bakal ngambang di air, kalau bola berat kan pasti masuk, airnya keluar gitu kan. Jadi pasti bolanya ini punya volume lebih berat kayak gitu, pas waktu masuk ke situ dia kan ngepas dalam itu, airnya kan keluar semua jadi kayak gitu, makanya sama, ibaratnya kak kayak bolanya tuh ngambil tempat dan airnya kebuang karena bolanya masuk.. Nah kalau yang di TPM II tuh kan volume keduanya beda kak karena, pas waktu dimasukin jeruk, airnya kan ngerembes keluar katanya tuh di cerita. Pasti airnya tuh nggak bakal masuk full ke mangkok, dia pasti ngerembes ke arah lain. Jadi air *fullnya* tuh nggak bakal masuk ke mangkok dan nanti itunya nggak, ya kayak gitu, volumenya nggak bakal sama.”

Peneliti : “Silmi fokus ke wadah mangkok ya?”

S₁ : “Iya kak, soal yang TPM I itu airnya hanya tumpah keluar sedangkan TPM II airnya tuh ngerembes kedua arah, ada yang ngerembes ke arah lain gitu loh, nggak masuk ke mangkoknya”

Berdasarkan hasil wawancara dari S₂ menunjukkan bahwa *Ways of Thinking* S₂ yang menginstruksikan jawaban dengan menggunakan strategi simulasi mental yang didasarkan pada pengalaman praktis. S₂ menunjukkan operasi mental yang selaras dengan karakteristik *self evident* dan *globality* pada TPM I. S₂ secara intuitif memahami volume sebagai okupansi ruang dengan mengatakan, “*ibaratnya kak kayak bolanya tuh ngambil tempat dan airnya kebuang karena bolanya masuk..*” Pada TPM I di mana ia memiliki kemampuan untuk membayangkan proses fisik tersebut secara keseluruhan, yang menyebabkan munculnya karakteristik *intrinsic certainty*.

Namun, pada TPM II, terjadi perubahan signifikan pada *Ways of Thinking* S₂ yang mengakibatkan pergeseran *Ways of Understandingnya*. karakteristik *self evident* S₂ terdistraksi oleh detail narasi dan gambar yang dianggapnya sebagai hambatan logis. S₂ menyatakan, “*Pasti airnya tuh nggak bakal masuk full ke mangkok, dia pasti ngerembes ke arah lain.*” Aksi mental yang terjadi pada S₂ tidak lagi berfokus pada volume objek, melainkan pada proses distribusi air. Ia terjebak pada pemikiran bahwa ada variabel yang hilang dalam perpindahan air tersebut ngerembes/terbuang. Hal ini menunjukkan bahwa karakteristik *coerciveness*, atau daya paksa logis, tidak kuat pada subjek berkemampuan sedang.

S₂ merasa dipaksa oleh logikanya sendiri untuk mengatakan bahwa volume gelas lebih besar karena air tercecer, yang mengabaikan prinsip kekekalan volume. Ketidakmampuan S₂ untuk mengabaikan masalah teknis ini menunjukkan bahwa karakteristik *extrapolativeness* tidak ada, ia tidak bisa menarik abstraksi bahwa dalam kondisi ideal matematika, volume jeruk tetap sama dengan volume air yang dipindahkan. Pada S₂, hubungan antara *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* menunjukkan bahwa cara berpikirnya sangat bergantung pada representasi fisik yang tampak, dan pemahaman yang ia tuliskan merupakan hasil dari pikirnya. Berdasarkan temuan di atas, peneliti melakukan klasifikasi ulang terhadap S₂ yang awalnya dikategorikan sebagai siswa berkemampuan tinggi pada saat pengerjaan TPM I.

Pemindahan ke dalam kategori berkemampuan sedang ini didasarkan pada ketidakstabilan aspek kognitif subjek saat dihadapkan pada perubahan konteks masalah dari benda geometris ideal (bola) ke benda nyata (jeruk). Penurunan kategori ini menjadi temuan unik dan terkait dengan profil *Ways of Thinking* subjek meskipun S₂ mampu menunjukkan karakteristik *self evident* dan *globality* dalam kondisi ideal, intuisinya terbukti lemah terhadap variabel karena gangguan visual. Ketidakmampuan subjek untuk mencapai tahap abstraksi matematis yang kuat saat membayangkan air yang ngerembes menunjukkan bahwa S₂ belum mencapai tahap kekekalan volume.

Berbeda dengan subjek berkemampuan tinggi yang memiliki daya paksa logis (*coerciveness*) yang kuat untuk mengabaikan kendala teknis wadah, S₂ justru menggunakan kendala tersebut sebagai dasar kebenaran barunya. Oleh karena itu, ketergantungan yang tinggi pada representasi fisik S₂ dikategorikan berkemampuan sedang dalam penelitian ini.

Gambar 4. 7 Perbandingan Hasil Kerja S₂PS Soal Nomor 2

2 ✓



Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira, jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina? Berikan alasanmu.

Jawaban: Salah, tidak mungkin, berdasar kan pertimbangan yg saya lakukan Volume antara cetakan 1 dan 2 mustahil sama, karena perbedaan volume keduanya terihat jelas saat dibuktikan

(a) TPM I S₂PS



Sebuah pabrik es krim ingin mengubah ukuran cone mereka yang berbentuk kerucut. Jari-jarinya dibuat setengah kali lebih kecil, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat lebih tinggi. Menurutmu, apakah wadah baru itu akan memuat es krim yang lebih banyak, lebih sedikit, atau tetap sama dengan wadah lama? Berikan alasanmu!

Jawaban
Dibekalkan

$r_1 = 14$ $t_1 = 7$
 $r_2 = 7$ $t_2 = 28$
 $V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 \cdot t_1$
 $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 14^2 \cdot 7$
 $V_1 = \frac{49 \cdot 14 \cdot 7}{3} = 3312$
 Wadah lama = 3312 cm³
 Jadi wadah baru itu akan memuat es krim lebih banyak, buktinya ya itu diatas udah terbukti.

$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi r_2^2 \cdot t_2$
 $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7^2 \cdot 28$
 $V_2 = \frac{22 \cdot 7 \cdot 28}{3}$
 $V_2 = \frac{159 \cdot 28}{3}$
 $V_2 = \frac{4312}{3}$
 $V_2 = 1437,3 \text{ cm}^3$ → wadah baru

(b) TPM II S₂PS

Berdasarkan gambar 4.7 menunjukkan pemahaman (*Ways of Understanding*) S_2 yang sangat bergantung pada pembuktian formal untuk memperoleh keyakinan batin (*intrinsic certainty*). S_2 tidak menunjukkan adanya intuisi afirmatif pada awalnya, berbeda dengan soal sebelumnya yang bersifat konseptual langsung. Pada soal ini melibatkan perubahan dimensi kerucut (r, t) . Karakteristik *intrinsic certainty* S_2 perlu dibangun melalui proses matematis daripada muncul secara spontan melalui estimasi. Pada TPM I, S_2 menuliskan secara eksplisit, “*Salah, tidak mungkin, berdasarkan pembuktian yang saya lakukan volume antara cetakan 1 dan 2 mustahil sama.*”

Ways of Understanding S_2 menunjukkan bahwa ia menolak anggapan Dina karena hasil komputasi, bukan insting. Keyakinan batin yang bersifat *derived certainty* (keyakinan yang diturunkan) muncul dengan adanya ungkapan “*mustahil sama*” S_2 hanya merasa sangat yakin akan kebenaran jawabannya setelah melihat hasil perhitungan angka. Pada tahap ini, tidak ada karakteristik *self evident* karena S_2 merasa perlu melakukan analisis menyeluruh untuk melihat perbedaan volume yang baginya “*terlihat jelas saat dibuktikan.*” S_2 menunjukkan *Ways of Understanding* dengan pendekatan algoritmik pada TPM II. S_2 terus melakukan perhitungan detail dengan menggunakan nilai variabel $(r_1 = 14, t_1 = 7)$ dan $(r_2 = 7, t_2 = 28)$ untuk membandingkan volume dua wadah.

Hasil akhirnya menunjukkan bahwa wadah baru memuat lebih banyak es krim $(1437,7 \text{ cm}^3)$ daripada (1104 cm^3) . Menurut S_2 , kebenaran matematis hanya dapat diterima jika ada bukti tertulis. Hal ini diperjelas dengan adanya ungkapan “*buktinya ya itu di atas udah terbukti*”. Secara keseluruhan, *Ways of Understanding* S_2 pada soal ini mencerminkan karakteristik siswa berkemampuan sedang yang mulai mampu melakukan formalisasi kognitif, namun memiliki kemampuan *extrapolativeness* yang masih terbatas. Ia belum dapat melihat secara langsung bahwa volume kerucut berbanding lurus dengan kuadrat jari-jari (r^2) sehingga perubahan pada (r) akan berdampak lebih besar daripada perubahan pada (t) .

Karakteristik *intrinsic certainty* pada S₂ bersifat prosedural bukan konseptual. Berikut dipaparkan hasil wawancara S₂ untuk menganalisis lebih lanjut proses berpikir dibalik jawaban tertulisnya.

Peneliti : “Silmi melakukan pembuktian yaa dikedua soal?”

S₂ : “Iya kak, saya menghitungnya pakai angka dan rumus karena saya butuh nilai yang pasti, kalo nggak pakai pembuktian nanti bisa aja tiba-tiba saya berubah pikiran. Di TPM I setelah, saya buktii ternyata tumpeng duanya tuh lebih gede daripada tumpeng satu volumenya. Jadi nasi yang di tumpeng dua tuh pasti lebih banyak yang bisa ditampung daripada tumpeng yang satu. Jadi makanya saya bilang volumenya tuh nggak mungkin sama, mustahil sama giitu kak. “Di TPM II saya juga melakukan pembuktian kak dan didapat nilai dari wadah eskrim yang baru itu volumenya lebih banyak, bisa kakak lihat dari perhitungan saya.”

Peneliti : “Kalau kakak berpendapat di TPM II ini jawabannya juga sama gimana dan menurut kakak jawaban Silmi salah tidak konsisten. Coba di ingat-ingat kembali yaa. Kalau kakak bilang r itu lebih berpengaruh gimana?, r itu pangkatnya 2 sedangkan t itu pangkatnya 1, menurut silmi lebih besar yang mana?”

S₂ : “Lebih besar yang pangkat dua kak.”

Peneliti : “Berarti jawaban dari no 2 tetap sama iya kan?, pendapat kakak yang benar kan karena r itu pangkatnya 2.”

S₂ : “Engga kak nggak berpengaruh, pendapat orang kan beda-beda.”

Peneliti : “Jadi Silmi tetap yakin sama jawaban sendiri?.”

S₂ : “Yakin kak”

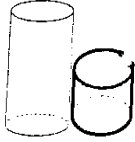
Berdasarkan hasil wawancara menunjukkan bahwa *Ways of Thinking* S₂ sangat bergantung pada algoritma numerik sebagai basis keyakinannya dalam mengonstruksi jawaban. Hal ini sejalan dengan hasil dari *Ways of Understanding* sebelumnya, di mana S₂ menunjukkan pemahaman yang bersifat prosedural algoritmik. S₂ percaya bahwa estimasi visual atau logika intuitif tidak cukup untuk

mendapatkan kebenaran matematis. Aksi mental S_2 terlihat dengan adanya pernyataan “*Saya menghitungnya pakai angka dan rumus karena saya butuh nilai yang pasti*”. Menurut S_2 , perhitungan berfungsi sebagai jangkar kognitif yang dapat mencegahnya dari keraguan, “*kalo nggak pakai pembuktian nanti bisa aja tiba-tiba saya berubah pikiran.*” Hubungan antara *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* pada S_2 menunjukkan adanya karakteristik *intrinsic certainty* yang sangat kuat, namun bersifat prosedural. Jika pada *Ways of Understanding* berasal dari hasil hitungan angka yang detail, maka pada *Ways of Thinking* keyakinan tersebut baru muncul setelah prosedur selesai dilakukan.

Ungkapan S_2 “*mustahil sama*” dan “*pasti lebih banyak*” selama wawancara menunjukkan bahwa subjek telah mencapai tahap keyakinan yang mendalam karena ia menganggap hasil perhitungannya sendiri sebagai bukti absolut. Untuk menguji keteguhan *intrinsic certainty* pada S_2 , peneliti memberikan stimulasi berupa pendapat yang mencoba mengganggu logikanya tentang pengaruh kuadrat jari-jari (r^2). Pada *Ways of Understanding*, telah ditemukan bahwa S_2 belum mampu menggambarkan variabel tersebut secara abstrak karena kurangnya karakteristik intuitif *extrapolativeness*.

Namun, secara mental, S_2 memiliki ciri *coerciveness* atau daya paksa logis. Dengan mengatakan, “*Enggak kak gak berpengaruh, pendapat orang kan beda-beda,*” ia secara tegas menolak argumen peneliti karena merasa “*dipaksa*” oleh angka yang ia buat sendiri untuk mempertahankan jawaban. Secara keseluruhan, hubungan antara *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* pada S_3 menunjukkan bahwa subjek memiliki stabilitas kognitif yang semu. Meskipun S_2 tampaknya menggunakan prosedur formal rumus pada TPM I dan TPM II, kesimpulan yang dihasilkannya sangat bergantung pada nilai variabel apa pun yang dimasukkan ke dalam rumus. Ketidakkonsistenan muncul ketika S_2 tidak mampu menyadari bahwa hubungan antara tinggi dan jari-jari pada volume kerucut tetap tanpa angka. S_2 terjebak pada “*keyakinan angka*”, yang berarti dia hanya merasa yakin jika hitungannya selesai.

Gambar 4. 8 Perbandingan Hasil Kerja S₂PS Soal Nomor 3

3. 

Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?

Jawaban :
Pendapat Tiara, karena setelah dicari ~~Volume~~ ~~Volume~~ ...
Dibekalkan →

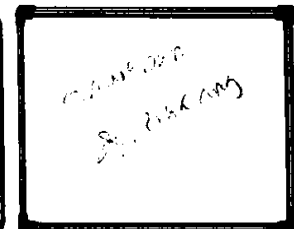
Soal 3.

Pendapat Juwita yang ingin saya pertahankan karena setelah saya cari menurut saya ~~tabung A~~ salah satu tabung pasti bisa menampung lebih banyak air, tapi bukan memang pasti tabung A seperti yg Juwita katakan.

(a) TPM I S₂PS

Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung x dibuat tinggi, Tabung y dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung x akan mampu menampung pasir lebih banyak.

Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?



3. tidak setuju, karena menurut saya tabung y yang menampung lebih banyak dan tabung x menampung pasir ~~lebih banyak~~ sama banyak. karena luas selimut mereka sama, pasti kalau dibentuk ~~tabung~~ pasir yg dimuat sama juga.

(b) TPM II S₂PS

Gambar 4.8 menunjukkan *Ways of Understanding* yang didasarkan pada kesamaan material logika. Dalam kasus ini, S₂ menunjukkan karakteristik *coerciveness* atau daya paksa logis dengan menyatakan bahwa kesamaan luas selimut secara otomatis memaksa volume atau hasil akhir untuk menjadi identik. Pada TPM I, S₂ menentang pendapat Tiara dengan mengatakan bahwa satu tabung pasti dapat menampung lebih banyak, tetapi ia belum memberikan bukti numerik yang jelas. Namun, pada TPM II, daya paksa logis S₂ menjadi lebih definitif. Ia menyatakan ketidaksetujuan terhadap pendapat Ayah dengan alasan, “karena luas selimut mereka sama, pasti kalau dibentuk pasir yang dimuat sama juga.”

Penggunaan kata “*pasti*” dalam jawabannya menjadi indikator utama adanya karakteristik *coerciveness* S₂ merasa secara logika tidak mungkin volumenya berbeda jika bahan baku yang digunakan (luas selimut) adalah sama. S₂ merasa dipaksa oleh logikanya sendiri untuk menerima bahwa kesamaan luas harus menghasilkan kesamaan volume, sehingga ia tidak merasa perlu melakukan verifikasi numerik lebih lanjut.

Meskipun menunjukkan daya paksa logis yang tinggi, WoU S₂ ini juga menunjukkan kelemahan pada karakteristik *extrapolativeness*. Ia mengabaikan struktur matematis yang lebih mendalam, yaitu hubungan kuadratik jari-jari dalam rumus volume tabung ($\pi r^2 t$) S₂ mengabaikan bahwa, meskipun luas selimutnya sama, perbedaan jari-jari akan berdampak lebih besar pada volume daripada perubahan tinggi. Oleh karena itu, kekuatan S₂ tidak didasarkan pada kebenaran struktur rumus, tetapi pada keyakinan logis yang naif terhadap kesamaan dimensi luar objek.

Ini menunjukkan bahwa S₂ memiliki pendirian yang sangat teguh karena ia merasa dipaksa oleh logikanya sendiri, meskipun secara matematis metode ini menyimpang dari konsep sebenarnya. Berikut dipaparkan hasil wawancara S₂ untuk membuktikan keselarasan aksi mental antara *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* subjek.

Peneliti : “Kakak lihat ada perbedaan yaa antara jawaban Silmi di TPM I dan TPM II padahal kalau kita lihat sekilas soalnya mirip banget loh cuma beda objeknya aja. Alasannya kenapa nih Silmi?. Kira kira Soal no 3 ini sama ga kaya soal no 2 tadi?.”

S₂ : “Beda kak, saya hitungnya nggak pakai angka cuma ngebayangin gambarnya aja, pokoknya kalo yang di TPM II nih tabungnya kan dibuat dari kawat. kawatnya kalau dibentuk jadi tabung kan dilingkar-lingkari gitu kan, itu kawatnya dibagi dua. Misal yang satu dia buat tinggi, yang kedua dibuat lebar gitu. Ya pasti sama karena panjang kawat yang dipakainya tuh sama, nanti pas sudah terbentuk

jadi selimut tabungnya tuh pasti luasnya sama gitu kan. kalau itu diisi ya sama aja gitu.”

Peneliti : “Silmi yakin sama jawaban ini”

S₂ : “Mungkin kak ya, soalnya nggak pasti, karena kalau nggak pakai angka bisa aja berubah kak nggak kayak no 2 tadi”

Berdasarkan hasil wawancara S₂ menunjukkan bahwa *Ways of Thinking* subjek dikendalikan oleh daya paksa logis (*coerciveness*), yang berasal dari visualisasi proses pembentukan objek. Pada permasalahan ini, aksi mental yang digunakan S₂ ialah bayangan visual terhadap material penyusun benda berbeda dengan permasalahan sebelumnya, di mana ia bergantung pada perhitungan angka. Salah satu contohnya adalah ketika S₂ menjelaskan logikanya tentang kawat yang dibagi dua ia menyatakan, “*Ya pasti sama karena panjang kawat yang dipakainya tuh sama... kalau itu diisi ya sama aja gitu.*”

S₂ merasa “*dipaksa*” untuk mengakui bahwa kesamaan bahan baku secara otomatis mengharuskan kesamaan volume yang mendukung temuan *Ways of Understanding*nya tentang logika kesamaan material. Hubungana antara *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* pada S₂ menunjukkan bahwa meskipun ia memiliki karakteristik *coerciveness* yang dominan tetapi ia masih sangat bergantung pada ada atau tidaknya instrumen verifikasi berupa angka. Uniknya, saat peneliti mempertanyakan keyakinannya, S₂ mulai menunjukkan keraguan dan menyatakan “*Mungkin kak ya, soalnya nggak pasti, karena kalau nggak pakai angka bisa aja berubah.*”

Respon ini mengindikasikan bahwa tanpa bantuan algoritma numerik, daya paksa logis yang dirasakan S₂ tidak sekuat pada soal sebelumnya. Karakteristik *intrinsic certainty* S₂ mulai menurun saat ia menunjukkan keterbatasan dalam aksi mentalnya yang hanya didasarkan pada bayangan gambar “*ngebayangin gambarnya aja.*” Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S₂ pada permasalahan ini menunjukkan kegagalan struktural dalam karakteristik *extrapolativeness*. Ia tidak dapat menarik kesimpulan bahwa hubungan antara luas selimut dan volume adalah kuadratik daripada linear.

S₂ menyadari bahwa argumennya bersifat spekulatif meskipun ia merasa dipaksa secara logis pada konsep kesamaan kawat karena tidak adanya angka. Permasalahan pada soal ini berbeda dengan nomor sebelumnya dikarenakan meskipun S₂ tetap menunjukkan karakteristik *coerciveness*, tingkat keyakinannya lebih rapuh karena kehilangan pegangan prosedural yang biasanya ia gunakan untuk memvalidasi intuisinya. Paparan mengenai profil S₃ di atas memperlihatkan bahwa pada subjek berkemampuan sedang pun, keberadaan daya paksa logis (*coerciveness*) dapat muncul namun tetap terasa goyah ketika instrumen prosedural berupa angka dihilangkan.

Gambar 4. 9 Perbandingan Hasil Kerja S₂PS Soal Nomor 4



4.

Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari-jari 6 m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari-jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tinggi tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?

Jawaban :
pasir tersebut memenuhi hampir satu tabung namun masih ada space sedikit di tabungnya.

(a) TPM I S₂PS



4.

Sebuah tangki bensin berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari-jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangki bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut? sertakan alasanmu!

a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya tetap kekecilan.
 b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung.
 c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.

jadi jawabannya pasti c. kerucut tidak mungkin penuh karena vol kerucut lebih besar dari tangki bensin, bukti dibik

9. $V_{\text{tabung}} = \pi r^2 \cdot t$
 $= \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
 $= 154 \cdot 7 = 1078 \text{ cm}^3$

$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot t$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 14$
 $= \frac{22 \cdot 7 \cdot 14}{3}$
 $= \frac{154 \cdot 14}{3}$
 $= 2156 \text{ cm}^3$

(b) TPM II S₂PS

Gambar 4.9 menunjukkan *Ways of Understanding* S₂ yang didominasi oleh karakteristik intuisi *extrapolativeness* yang bersifat prosedural numerik di mana S₂ melakukan ekstrapolasi dengan cara memperluas struktur masalah yang semula bersifat konseptual abstrak ke dalam model angka konkret guna memvalidasi hubungan antar bangun ruang.

Pada TPM II, hal ini sangat jelas terlihat ketika S₂ menggunakan simulasi perhitungan dengan memisalkan nilai jari-jari dan tinggi daripada hanya mengandalkan estimasi visual. Aksi mental S₂ berusaha menarik kesimpulan mengenai hubungan antara volume kerucut dan tabung. Meskipun untuk membuat hubungan antara elemen geometris tersebut lebih jelas baginya, ia harus menggunakan jembatan angka imajiner. Selain itu, muncul karakteristik intuisi lain yaitu *intrinsic certainty* (keyakinan batin) yang sangat tinggi namun bersifat bersyarat. Pada TPM II S₂ menunjukkan keyakinan yang *absolut*, saat ia menyatakan “pasti” dalam argume.

Keyakinan ini muncul karena ada dorongan dari karakteristik *coerciveness* (daya paksa logis) yang ia rasakan setelah melihat hasil verifikasi numeriknya sendiri. S₂ merasa dipaksa secara logis untuk menerima satu jawaban tertentu karena ia menganggap hasil hitungan adalah bukti kebenaran yang tidak terbantahkan. Namun, hasil yang menarik ditemukan bahwa S₂ membuat kesimpulan yang keliru secara matematis saat mengekstrapolasi permasalahan ia percaya bahwa wadah tidak akan penuh karena menganggap volume kerucut lebih besar dari tabung.

Hal ini menunjukkan bahwa meskipun S₂ ingin menghubungkan antar elemen (ekstrapolasi), kemampuannya terhambat dikarenakan pemahaman yang belum sempurna tentang konsep perbandingan volume. Akibatnya, daya paksa logis yang ia rasakan justru menguncinya pada pemahaman yang keliru. Selanjutnya akan mengalisis *Ways of Thinking* subjek. Dengan menggunakan data hasil wawancara, analisis ini bertujuan untuk mempelajari lebih lanjut tentang aksi mental dan proses berpikir S₂. Berikut dipaparkan hasil wawancara S₂.

Peneliti : “Silmi kalo di liat-liat soal no 4 ini sama yaa kayak nomor sebelumnya anatar TPM I dan TPM II mirip kan yaa?”

S₂ : “Kalau antara no sebelumnya beda kak, karena ini kan konteksnya kerucut kak tapi kalau dibandingin dengan soal yang ini (TPM I dan TPM II no 4) mungkin sama kak. Di TPM I kan dibilang bahwa

tinggi tabung dibuat lebih pendek dari tinggi kerucut, nahh sedangkan pasir itu runcing ke atas ketika pasir itu dimasukkan ke dalam tabung itu artinya runcing yang tadi akan hancur makanya tabung itu bakalan penuh tapi masi ada spacenya. Sedangkan di TPM II tinggi kerucut dibuat 2 kali lipat lebih besar dari tangki bensin secara otomatis ketika dituangkan ke dalam wadah kerucut minyak nggak akan tumpah dan bahkan belum penuh, karena volume kerucut jadi lebih besar dari volume tabung”

Peneliti : “Kira-kira berapa banyak minyak yang dibutuhin agar kerucutnya bisa penuh, 2 kali lipat tinggi kerucut minyaknya tetap nggak penuh menurut Silmi”

S₂ : “Mungkin dikurangi dikit. Kan ini dua kali lipat. Mungkin setengah kali lipat lebih gede dari ini mungkin.”

Peneliti : “Silmi gamau hitung ulang nih jawabannya kadang keliru?”

S₂ : “Enggak kak, kan disini sudah saya buktiin pakai angka pasti”

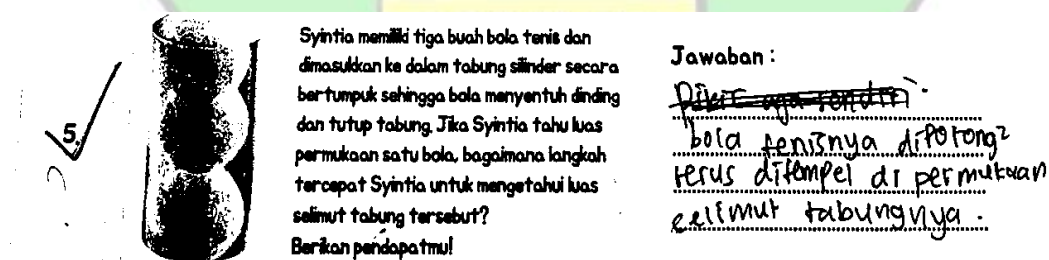
Berdasarkan hasil wawancara analisis terhadap *Ways of Thinking* S₂ menunjukkan keyakinan logis yang dibangun melalui aksi mental operasional yang sangat bergantung pada representasi fisik visual dan validasi numerik. Dalam upayanya untuk menghubungkan sifat fisik material dengan kapasitas ruang, S₂ menunjukkan karakteristik *extrapolativeness* yang kuat. Hal ini terbukti dalam pernyataan S₂ tentang bagaimana tumpukan pasir yang meruncing hancur ketika dimasukkan ke dalam tabung, sehingga tabung akan penuh tetapi masih menyisakan ruang.

Kemampuan ekstrapolasi ini berubah menjadi logika perbandingan dimensi pada TPM II. S₂ percaya bahwa perubahan tinggi kerucut menjadi “2 kali lebih besar” secara otomatis membuat volume kerucut lebih besar daripada volume tabung. Menurut S₂, hubungan antara dimensi tinggi dan total kapasitas volume dianggap sebagai korelasi linear sederhana. *Coerciveness*, atau daya paksa logis yang tertutup, adalah karakteristik yang juga terlihat menonjol dalam *Ways of Thinking* S₂ terutama saat menerima intervensi dari peneliti.

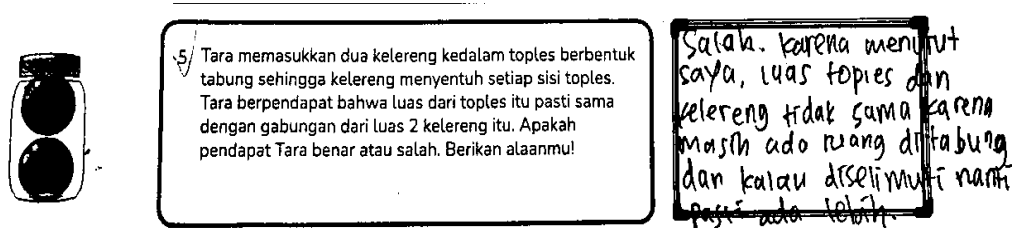
Ketika peneliti menawarkan pancingan (*scaffolding*), untuk melakukan penghitungan ulang karena jawaban S₂ berpotensi adanya kekeliruan, namun ia dengan tegas menolak dan menyatakan, “*Enggak kak, kan disini sudah saya buktiin pakai angka pasti*”. Respon ini menunjukkan bahwa hasil hitungan S₂ telah “*mengunci*” proses pemikirannya. Karena S₂ menganggap simulasi angka imajiner yang ia buat di lembar jawaban sebagai otoritas kebenaran mutlak (*illusion of certainty*), intervensi peneliti tidak mampu menggoyahkan keyakinannya. Oleh karena itu, S₂ merasa dipaksa secara logis oleh prosedur algoritma yang ia jalankan, sehingga ia tidak lagi merasa perlu melakukan penalaran konseptual ulang.

Selain itu, dalam menanggapi pertanyaan peneliti tentang volume minyak, muncul karakteristik *intrinsic certainty* yang bersifat spekulatif tetapi konsisten. S₂ menduga bahwa tinggi kerucut mungkin “*dikurangi dikit*” atau menggunakan “*setengah kali lipat lebih gede*” untuk membuat wadah penuh. Meskipun pernyataan ini bersifat rabaan (*spekulatif*), S₂ tetap mendasarkan argumennya pada manipulasi dimensi, yang dia anggap logis berdasarkan hasil “*bukti angka*” sebelumnya. Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S₂ menunjukkan cara berpikir yang mengutamakan hasil komputasi di atas prinsip geometris dasar ia lebih mempercayai angka yang ia hasilkan sendiri daripada mempertimbangkan arahan peneliti untuk mengevaluasi kembali jawabannya.

Gambar 4. 10 Perbandingan Hasil Kerja S₂PS Soal Nomor 5



(a) TPM I S₂PS

(b) TPM II S₂PS

Gambar 4.10 menunjukkan *Ways of Understanding* yang cukup matang meskipun masih terbatas pada tingkat persepsi fisik, karakteristik intuisi globality muncul melalui upaya S₂ memahami masalah secara menyeluruh hal ini terlihat dari cara S₂ melihat hubungan antara objek bola/kelereng dan selimut tabung sebagai kesatuan ruang yang saling menutupi. S₂ menunjukkan pemahaman *globality* yang bersifat langsung pada TPM I dengan memotong bola tenis dan menempelkannya ke permukaan selimut tabung sebagai cara tercepat untuk menunjukkan pemahaman globalitas.

Jawaban ini mencerminkan cara berpikir global S₂, di mana ia tidak membagi masalah ke dalam rumus matematis seperti mencari jari-jari atau luas bola terlebih dahulu, melainkan langsung membayangkan transformasi fisik objek untuk memenuhi seluruh permukaan selimut tabung. S₂ melihat masalah ini sebagai tugas untuk menutup ruang secara keseluruhan. Pemahaman ini diperkuat dengan karakteristik *intrinsic certainty* dan *self evident* pada TPM II, di mana subjek secara tegas menyatakan kesalahan pendapat Tara tanpa merasa perlu melakukan verifikasi matematis.

S₂ menganggap kebenaran jawabannya bersifat nyata dengan sendirinya berdasarkan pengamatan visual terhadap “ruang sisa” di antara kelereng dan dinding tabung. S₂ segera menyimpulkan bahwa karena adanya kelebihan ruang, gabungan luas kelereng dan toples tidak akan sama sehingga ia tidak merasa perlu melakukan perhitungan detail. Karakteristik *extrapolativeness* juga muncul saat S₂ membayangkan penerapan objek tiga dimensi menjadi lapisan penutup permukaan. Secara keseluruhan *Ways of Understanding* S₂ menunjukkan pergeseran dari aksi mental operasional numerik ke pemahaman intuitif global.

Subjek menyelesaikan masalah dengan manipulasi fisik imajiner (memotong dan menempel) daripada prosedur matematis formal. Setelah membahas *Ways of Understanding* S₂ yang menunjukkan dominasi intuisi spasial, selanjutnya peneliti akan menganalisis *Ways of Thinking* untuk menemukan aksi mental di balik pemahaman tersebut melalui wawancara. Berikut dipaparkan hasil wawancara S₂ pada soal nomor 5.

Peneliti : “Silmi bisa jelasin maksud jawaban kamu?”

S₂ : “Jadi kak, yang pertama kan diminta cara cepat jadi nggak perlu pakai angka cukup bayangin aja kalau misalkan kita kupas kulit bola pasti akan menutupi seluruh selimut tabungnya. Nah kalau TPM II, kan misal kita ada tabung, terus masukin ke kelereng dan ditumpuk, pasti ada space di antara toples dan kelerengnya. Jadi, luasnya tuh pasti nggak bakalan sama”

Peneliti : “Menurut Silmi soal TPM II ditanya tentang apa, bedanya sama TPM I apa. Kira-kira jawaban Silmi benar atau nggak?” “yakin 100% benar?”

S₂ : “Benar kak, 100% benar tuh. TPM II yang ditanya luas keseluruhan ada alas, tutup, dan dinding sedangkan TPM I yang ditanya hanya luas selimutnya aja kak”

Berdasarkan hasil wawancara analisis *Ways of Thinking* S₂ menunjukkan dominasi karakteristik *globality* yang sangat kuat, yang memungkinkan subjek untuk sepenuhnya memahami masalah melalui visi spasial. Saat menyelesaikan masalah ini, aksi mental S₂ ditandai dengan kemampuan untuk melihat objek geometri sebagai struktur fisik yang dapat dimanipulasi secara global, bukan sebagai entitas numerik yang kaku.

S₂ menyatakan bahwa untuk menemukan cara tercepat, tidak perlu menghitung angka, cukup dengan membayangkan proses fisik secara utuh. Hal ini terbukti dari argumennya “*Jadi kak, yang pertama kan diminta cara cepat jadi nggak perlu pakai angka cukup bayangin aja kalau misalkan kita kupas kulit bola pasti akan menutupi seluruh selimut tabungnya*”. Pada permasalahan ini, S₂ berpendapat

bahwa visualisasi global sudah cukup untuk memberikan kebenaran tanpa memerlukan pembuktian algoritmik, berbeda dengan soal nomor 4, di mana ia terjebak pada angka yang jelas. Karakteristik lain yang menonjol adalah *intrinsic certainty* yang sangat tinggi. Saat peneliti bertanya tentang tingkat keyakinannya, S₂ dengan tegas menjawab, “Benar kak, 100% benar tuh.” Keyakinan absolut ini berasal dari karakteristik *self evident*. S₂ menganggap keberadaan ruang sisa di antara kelereng dan toples sebagai bukti nyata yang tidak terbantahkan secara akal sehat.

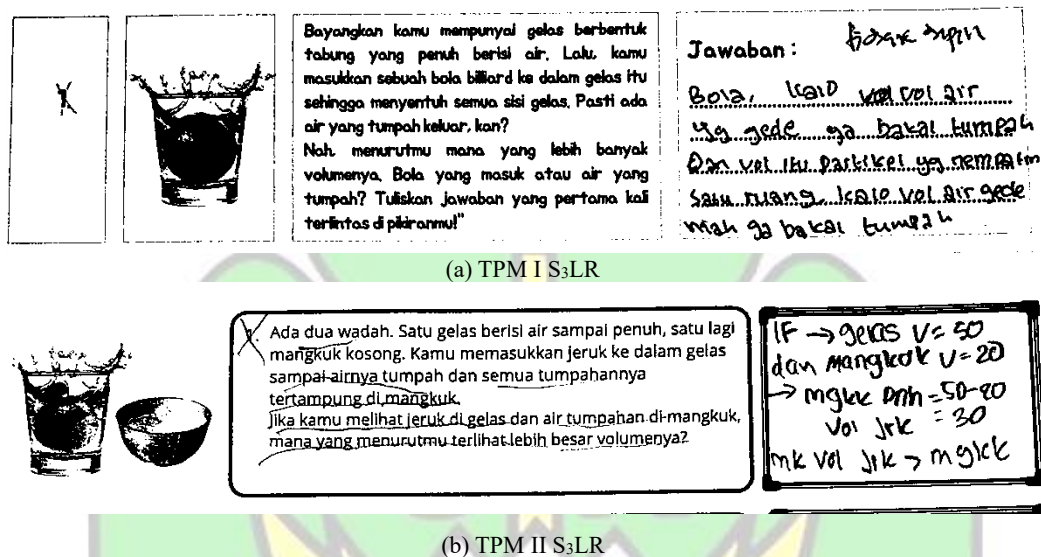
Aksi mentalnya dalam mendeteksi “*ada space*” di antara objek-objek tersebut menunjukkan kemampuan ekstrapolasi visual yang mendalam untuk menyimpulkan perbedaan luas secara seketika. Selain itu, S₃ menunjukkan ketajaman dalam membedakan struktur masalah TPM I dan TPM II. Ia dapat mengidentifikasi secara luas bahwa TPM II meminta luas keseluruhan, yang mencakup alas dan tutup, sementara TPM I hanya meminta luas selimutnya. Secara keseluruhan, *Ways of Thinking* S₃ pada soal nomor 5 menunjukkan fleksibilitas kognitif yang baik ia dapat melepaskan diri dari ketergantungan pada angka dan menggunakan intuisi global untuk menyelesaikan masalah geometri yang kompleks.

c. Analisis Subjek Kemampuan Rendah

Dalam kategori ini, peneliti menganalisis proses berpikir intuitif dari dua subjek berkemampuan rendah dengan ini sial siswa HS kode S₅PR dan DRM kode S₆LR. Pilihan subjek ini didasarkan pada hasil TPM I, yang menunjukkan skor dalam rentang bawah yang kemudian di konfirmasi oleh hasil TPM II di mana pola jawaban subjek beragam berdasarkan kedua instrumen tersebut. Meskipun demikian, jika dibandingkan dengan subjek kategori sebelumnya, subjek ini tampaknya memiliki kedalaman argumen yang lebih rendah dan kapasitas konseptual yang lebih sedikit. Analisis ini penting dilakukan untuk melihat bagaimana karakteristik intuisi yang berfungsi pada siswa untuk menghadapi kesulitan dalam memahami konsep formal.

Apakah mereka terjebak dalam konflik kognitif saat menghadapi masalah yang memerlukan pemikiran ekstrapolatif atau apakah mereka hanya memerlukan pemahaman prosedural yang terbatas membuat mereka bergantung pada intuisi naif. Berikut dipaparkan analisis siswa kategori berkemampuan rendah.

Gambar 4. 11 Perbandingan Hasil Kerja S₃LR Soal Nomor 1



Gambar 4.11 menunjukkan *Ways of Understanding* S₃ dengan karakteristik intuisi berbasis persepsi visual spasial dalam memahami fenomena perpindahan zat cair. Berbeda dengan subjek sebelumnya yang terjebak pada atribut berat, S₃ membangun pemahamannya melalui logika perbandingan kapasitas ruang antara wadah utama dan penampung. Pada TPM I, S₃ secara implisit mendefinisikan volume sebagai entitas yang menempati ruang, namun miskonsepsi mulai terjadi saat ia membandingkan proporsi ruang, baginya air yang tumpah adalah bukti bahwa ruang gelas yang awalnya ditempati air telah terdesak oleh objek yang lebih dominan.

Sehingga ia menyimpulkan secara cepat bahwa volume bola pasti lebih besar daripada volume air yang tumpah. Melalui strategi abstraksi numerik yang intuitif, karakteristik *self evident* S₃ juga terlihat pada TPM II. Dengan menggunakan permisalan angka, subjek mencoba memvalidasi keyakinannya dengan menyatakan jika volume gelas 50 dan volume mangkuk 20, maka volume jeruk 30. Ini adalah perbedaan yang dia asumsikan sendiri, melalui skema ini S₃

menunjukkan bahwa, bagi dirinya sendiri, adalah fakta benda padat yang masuk ke dalam sistem harus memiliki nilai yang lebih besar daripada sisa ruang, atau air, yang terbuang ke luar. Konsistensi antara TPM I dan TPM II menunjukkan bahwa *Ways of Understanding* S₃ didasarkan pada penalaran proporsional yang keliru di mana ia tidak melihat adanya hubungan kesetaraan (*equivalence*) antara volume benda dengan volume air yang dipindahkan, melainkan melihatnya sebagai perbandingan antara isi gelas dan tumpahan mangkuk. Untuk melihat keselarasan antara *Ways of Understanding* dan *Ways of Thinking* selanjutnya akan di analisis hasil wawancara S₃ untuk melihat bagaimana proses berpikir dibalik pemahaman S₃. Berikut dipaparka hasil wawancara subjek.

Peneliti : “Gimana soalnya Dhaifullah sama nggak kayak soal minggu lalu?, apa nih alasannya?”

S₃ : “*Easy question* kak, soalnya hampir mirip. Jawaban saya konsisten kan kak, antara TPM I dan TPM II karena, bola dan jeruk itu berat otomatis kalau dimasukkan ke dalam air pastinya air itu akan tumpah, karena ada hukum Archimedes disitu”

Peneliti : “Oeh jadi kamu pakai hukum Archimedes ya, fisika kan itu. kamu keliru nggak?” “Yakin sama jawaban sendiri”

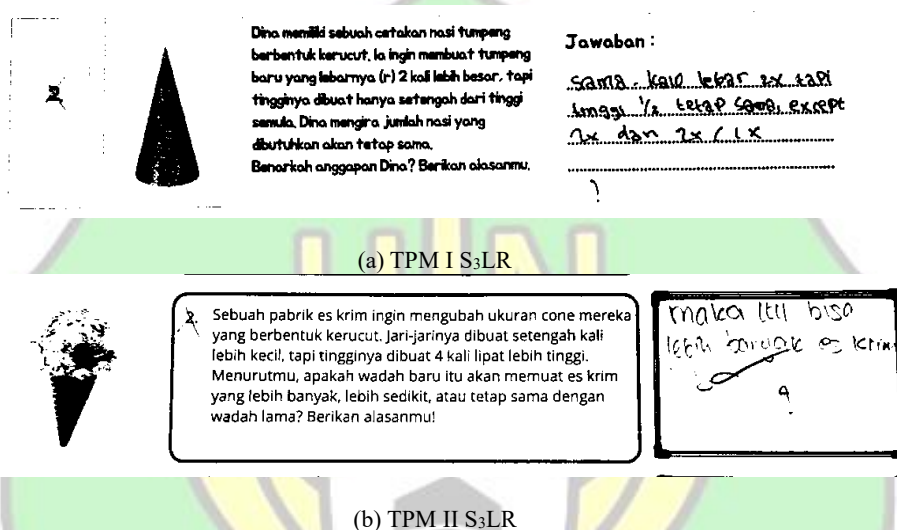
S₃ : “Yakin kak jawaban saya nggak keliru, logikanya kalau benda padat dimasukkan ke air sudah pasti benda padat itu lebih berat”

Berdasarkan hasil wawancara analisis *Ways of Thinking* S₃ sangat selaras dengan *Ways of Understanding* dalam hal penggunaan logika dominansi objek. Dengan menganggap pertanyaan tersebut sebagai pertanyaan mudah, S₃ menunjukkan karakteristik *intrinsic certainty* yang tinggi ketika diwawancara. Meskipun S₃ mencoba memvalidasi argumennya dengan menggunakan istilah formal seperti “Hukum Archimedes”.

Aksi mental S₃ masih terjebak pada miskonsepsi intuitif yang berbasis massa. Volumennya dianggap lebih besar karena ia percaya bahwa benda padat sudah pasti lebih berat daripada air. Keselarasan ini memperkuat strategi abstraksi numerik angka 50, 20, 30 yang ia gunakan pada jawaban tertulis. Menurut S₃,

tumpahan air hanyalah konsekuensi logis dari masuknya benda yang lebih berat. Aksi mental S_3 yang mempertahankan keyakinan ini menunjukkan bahwa ia mengandalkan penalaran proporsional yang keliru. Dalam situasi ini, ia gagal memahami prinsip kesetaraan karena persepsi visualnya yang meyakini bahwa objek padat yang utuh selalu memiliki nilai yang lebih besar dibandingkan jumlah zat cair yang berpindah atau terbangun ke luar.

Gambar 4. 12 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 2



Gambar 4.12 menunjukkan *Ways of Understanding* S_3 dalam memahami volume kerucut adanya skema konservasi volume yang dipengaruhi oleh perubahan dimensi objek tidak konsisten. Pada TPM I, S_3 menyatakan bahwa volume nasi akan tetap sama dikarenakan “jika lebar 2 kali tapi tinggi dibuat $\frac{1}{2}$ maka yang dibutuhkan akan sama”. Hal ini menunjukkan bahwa logika kompensasi linear pada *Ways of Understanding* S_3 digunakan untuk menganggap bahwa penambahan dimensi lebar akan secara proporsional diimbangi oleh pengurangan tinggi, sehingga volume dianggap konstan tanpa melakukan perhitungan matematis yang tepat.

Namun, pemahaman tersebut mulai berubah pada TPM II, di mana S_3 menyatakan bahwa “wadah baru akan memuat lebih banyak es krimnya”. Perubahan pemahaman ini mengindikasikan bahwa *Ways of Understanding* S_3 tidak stabil dan sangat bergantung pada persepsi visual impulsif. Munculnya angka “4 kali lipat lebih tinggi” pada TPM II menjadi stimulus yang mengaburkan logika

kompensasi sebelumnya, sehingga S_3 menganggap pertambahan tinggi yang signifikan secara otomatis menambah volume meskipun jari-jarinya diperkecil. Secara keseluruhan, *Ways of Understanding* S_3 menunjukkan adanya kegagalan dalam memahami hubungan multiplikatif antara jari-jari dan tinggi, terutama mengenai pengaruh kuadratik jari-jari (r^2) terhadap volume kerucut, yang menyebabkan subjek memberikan kesimpulan berbeda pada dua permasalahan yang memiliki pola perubahan dimensi serupa yang menunjukkan ketidakkonsistenan yang menandakan absennya *intrinsic certainty* terhadap konsep konservasi volume. Ketidakkonsistenan S_3 perlu dikonfirmasi melalui wawancara yang akan menunjukkan aksi mental cara berpikir. Berikut dipaparkan hasil wawancara S_3 .

Peneliti : “Kenapa kamu yakin sama pendapat Dina dan kenapa wadah baru bisa memuat eskrim lebih banyak?”

S_3 : “Karena yang pertama lebarnya dibuat 2 kali lebih besar terus tingginya dikecilin jadi sudah pasti ukurannya bakalan sama. Nah kalau yang kedua lebarnya dibuat kecil dan tingginya 4 kali lebih besar, jadi semakin tinggi semakin banyak eskrim yang akan muat.”

Peneliti : “Keliru nggak jawabannya? Lebih berpengaruh tinggi daripada lebar ya?” “Gmau hitung ulang nih, yakin?”

S_3 : “Yakin kak, semakin tinggi semakin banyak yang dibutuhkan”

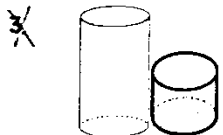
Berdasarkan hasil wawancara menunjukkan bahwa ketidakkonsistenan aksi mental S_3 dalam menyelesaikan masalah volume kerucut berakar dari proses berpikir (*Ways of Thinking*) S_3 sendiri di mana ia sangat bergantung pada stimulus visual, yang menyebabkan ketidakkonsistenan logika. Aksi mental subjek pada TPM I terkonsentrasi pada hubungan timbal balik antara lebar dan tinggi yang dianggap setara, ia menyatakan bahwa “*lebarnya dibuat 2 kali lebih besar terus tingginya dikecilin jadi sudah pasti ukurannya bakalan sama.*”

Hal ini menunjukkan bahwa subjek menggunakan aksi mental kompensasi linear, yang didasarkan pada bayangan mental sederhana. Aksi mental S_3 mengalami perubahan fokus saat menyelesaikasn TPM II. Ia terjebak pada stimulus

tinggi kerucut 4 kali lebih besar dan melakukan inferensi implusif dengan menganggap bahwa semakin tinggi suatu benda maka semakin banyak pula volume yang dibutuhkan. S₃ hanya mempertimbangkan satu dimensi saja yaitu tinggi sebagai faktor penentu dan mengabaikan dimensi yang ada pada jari jari.

Sehingga *Ways of Thinking* S₃ tidak menunjukkan adanya karakteristik *intrinsic certainty* yang kuat terhadap konsep volume yang utuh melainkan menunjukkan cara berpikir yang bersifat *fragmentaris* dan situasional. S₃ mengambil keputusan hanya berdasarkan dimensi yang secara visual tampak paling dominan pada saat itu, tanpa adanya upaya untuk melakukan verifikasi melalui komputasi matematis.

Gambar 4. 13 Perbandingan Hasil Kerja S₃LR Soal Nomor 3



Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?

Jawaban :

Selagi perbandingan sama, pendapat Tiara Juwita

Saya pegang

(a) TPM I S₃LR



3. Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung x dibuat tinggi, Tabung y dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung x akan mampu menampung pasir lebih banyak.

Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?

misal: $r = 7, t = 2$

$2\pi \times 7 \times 2 = 608 \text{ cm}^2$

$\frac{22}{7} \times 2 \times (10) \times 2 = 220 \text{ cm}^2$

maka pendapat ayah salah

(b) TPM II S₃LR

Gambar 4.13 menunjukkan *Ways of Understanding* S₃ dalam memahami volume tabung di mana S₃ mengalami pergeseran skema dari intuisi visual ke verifikasi formal akibat pengaruh karakteristik *coerciveness* (memaksa untuk berpikir lebih dalam). Pada TPM I *Ways of Understanding* S₃ didasari dari logika kesamaan fungsional yang belum matang.

Terlihat dari pernyataan S₃ yang menyatakan ia setuju dengan pendapat Juwita “Selagi perbandingan sama, pendapat Juwita saya pegang”. Di sini, S₃ mulai mempertanyakan intuisi visual “tinggi belum tentu lebih banyak”, tetapi ia gagal untuk membuktikannya secara matematis. Namun pada TPM II *Ways of*

Understanding S₃ berkembang menjadi analisis komputasi. Berbeda dengan subjek sebelumnya yang terjebak dalam narasi kawat sama panjang, S₃ justru terpicu untuk membuktikan pendapat ayah salah dengan menggunakan rumus volume tabung. S₃ melakukan permisalan angka dan menghitung volume kedua tabung secara manual untuk membandingkannya dan menghasilkan volume yang berbeda sehingga S₃ dengan tegas menyatakan bahwa “pendapat ayah salah”.

Secara keseluruhan, *Ways of Understanding* S₃ menunjukkan kemampuan untuk melepaskan diri dari pengaruh *coerciveness* visual dan naratif dengan menggunakan rumus matematika formal. S₃ menyadari bahwa volume bukan sekadar masalah bayangan bentuk melainkan hasil dari hubungan multiplikatif antara kuadrat jari-jari dan tinggi, yang memerlukan perhitungan numerik untuk membuktikan.

Ways of Thinking yang muncul selama pemecahan masalah harus dianalisis untuk memahami bagaimana subjek dapat berubah dari sekadar menebak berdasarkan bentuk fisik menjadi bukti matematis. Kita dapat melihat bagaimana subjek menangani konflik kognitif saat dihadapkan pada dua tabung dengan dimensi yang berbeda melalui data wawancara. Berikut diapaprkkan hasil wawancara S₃.

Peneliti : “Coba jelasin alasan kenapa jawaban kamu kayak gini”

S₃ : “Kalau yang pertama saya bandingin aja gambarnya tapi gatau pasti kenapa, nebak sih kak lebih tepatnya. Kalau yang kedua saya buat perbandingan pakai angka. Intinya gitu sih kak jawabannya”

Peneliti : “Nggak ada alasan lain?”

S₃ : “Nggak ada kak”

Berdasarkan hasil wawancara menunjukkan bahwa ketidakkonsistenan yang terjadi pada *Ways of Understanding* S₃ di mana ia berubah dari sekadar menebak menjadi analisis perhitungan. Hal ini didasarkan pada perkembangan aksi mental berpikir (*Ways of Thinking*) subjek, yang didominasi oleh aksi mental spekulatif yang lemah, seperti pengakuannya bahwa ia hanya membandingkan gambar dan cenderung menebak tanpa dasar konsep yang kuat.

Menariknya, S_3 menunjukkan adanya karakteristik *coerciveness* yang sangat kuat yang bermanifestasi dalam bentuk keteguhan prinsip. Meskipun ia dihadapkan pada opini tokoh dalam soal yang mungkin mengecoh, karakteristik *extrapolativeness* muncul disaat S_3 melakukan verifikasi sendiri menggunakan angka. Ia tidak merasa bingung atau ragu seperti subjek sebelumnya, melainkan langsung beralih menggunakan rumus matematika untuk mencari kepastian. Jadi, meskipun saat wawancara S_3 hanya menjawab singkat bahwa ia tidak punya alasan lain, aksi mentalnya yang berani menghitung angka itu sudah membuktikan bahwa ia lebih percaya pada hitungan matematis daripada hanya melihat gambar atau mengikuti pendapat orang lain di dalam soal.

Gambar 4. 14 Perbandingan Hasil Kerja S_6 LR Soal Nomor 4



Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari-jari 6 m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari-jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tinggi tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?

Jawaban :
 Si wadah berisi penuh
 oleh pasir tsb

(a) TPM I S_3 LR



Sebuah tangki bensin berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari-jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangki bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut ? sertakan alasanmu!

☒ a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya tetap kekecilan.
☐ b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung.
☒ c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.

alasan di blng
 pny krct 2x
 lpt dr tbg

4. IF $\rightarrow$ Vol tbg $\neq$ Vol krct

$$\frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

$$\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 10}{3} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot H}{3}$$

$$120 = H$$

H = 120 cm

(b) TPM II S_3 LR

Gambar 4.14 menunjukkan *Ways of Understanding* S_3 dalam memahami hubungan volume antara tabung dan kerucut adanya transformasi dari pemahaman yang bersifat intuitif deskriptif menjadi pemahaman matematis-formal yang sangat kuat. Pada TPM I, *Ways of Understanding* S_3 masih terbatas pada aspek deskriptif

sederhana, di mana ia hanya menyatakan bahwa wadah tabung akan terisi penuh oleh pasir tanpa memberikan penjelasan struktural mengenai perbandingan volumenya. Namun, pada TPM II, S_3 mengalami perubahan signifikan seperti yang terjadi pada nomor sebelumnya di mana S_3 membangun pemahamannya berdasarkan analisis komputasi yang mendalam. Hal ini dibuktikan dengan kemunculan karakteristik *extrapolativeness* yang sangat dominan di mana S_3 tidak sekedar menjawab secara spekulatif, melainkan melakukan ekstrapolasi data dengan menciptakan permisalan angka secara mandiri untuk menguji hubungan volume kedua bangun ruang tersebut.

Melalui pembuktian numerik bahwa volume kerucut tetap lebih kecil daripada volume tabung meskipun tingginya telah dilipatgandakan, S_3 sampai pada pemahaman objektif bahwa minyak akan tetap tumpah. Dengan demikian, *Ways of Understanding* S_3 pada masalah ini menunjukkan kemandirian berpikir yang tinggi, di mana ia lebih mengandalkan otoritas perhitungan matematis daripada sekedar mengikuti petunjuk visual atau narasi yang tersedia di dalam soal. Berikut dipaparkan hasil wawancara S_3 untuk membedakan proses berpikir dalam memunculkan karakteristik *extrapolativeness* yang dominan saat memverifikasi hubungan volume antara tabung dan kerucut.

- Peneliti : “Kakak lihat perbandingannya di TPM II kamu pakai angka ya”
- S_3 : “Iya kak, pasir di pindahkan ke tabung sudah pasti masuk karena pasir itu akan hancur, kalau yang ini (TPM II) karena saya sudah menghitung jadi kerucutnya nggak akan penuh dan minyaknya tumpah” “simple kak itu alasan saya”
- Peneliti : “Kamu lihat jari jarinya nggak?”
- S_3 : “Yang pertama nggak cuman bayangin aja, kalau yang kedua ada karena kan hitungnya pakai angka”

Berdasarkan hasil wawancara analisis terhadap *Ways of Thinking* S_3 menunjukkan adanya evolusi aksi mental yang signifikan antara TPM I dan TPM II. Pada TPM I, aksi mental subjek didominasi oleh intuisi visual, di mana ia meyakini bahwa pasir yang dipindahkan ke wadah tabung pasti akan masuk karena

pasir tersebut akan hancur dan menyesuaikan bentuk wadah. Penggunaan istilah hancur ini mengindikasikan bahwa pada awalnya S_3 hanya mempertimbangkan sifat fisik objek secara intuitif tanpa melibatkan skema perhitungan matematis. Namun, pada TPM II, terjadi pergeseran aksi mental yang sangat kuat ke arah analisis logis matematis. S_3 menyatakan bahwa “*saya sudah menghitung jadi kerucutnya ga akan penuh dan minyaknya tumpah.*” Dari pernyataan tersebut terlihat bahwa S_3 tidak lagi mengandalkan bayangan visual semata, melainkan secara sadar menggunakan variabel jari-jari dan tinggi untuk melakukan pembuktian.

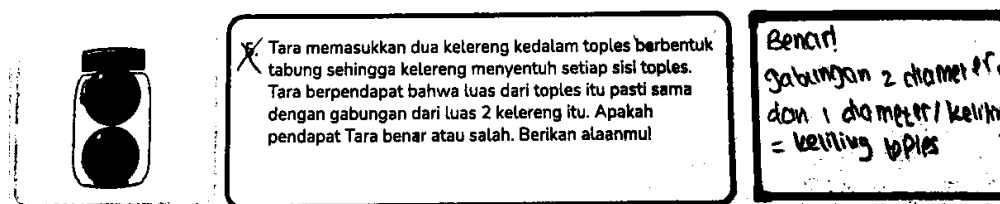
Kemunculan karakteristik *extrapolativeness* pada S_3 terlihat sangat dominan melalui keberaniannya melakukan ekstrapolasi data secara mandiri. Subjek tidak hanya terpaku pada informasi yang tersedia di soal, tetapi sengaja menciptakan permisalan angka untuk membandingkan volume tabung dan kerucut guna mendapatkan kepastian. Melalui perhitungan formal tersebut, S_3 berhasil mematahkan keraguan dan menyimpulkan secara objektif bahwa minyak akan tetap tumpah karena volume kerucut tetap lebih kecil meskipun tingginya sudah dilipatgandakan.

Jadi, meskipun S_3 memberikan penjelasan yang sangat singkat saat wawancara, aksi mentalnya yang berlandaskan pada otoritas perhitungan angka membuktikan bahwa ia memiliki kemandirian berpikir yang tinggi dan kontrol kognitif yang kuat dalam memecahkan masalah volume.

Gambar 4. 15 Perbandingan Hasil Kerja S_3 LR Soal Nomor 5

		Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut? Berikan pendapatmu!	Jawaban : Tumpuk 3 bola ddt luas 1 cari aja ke 2) luas lingkaran x tinggi
---	---	---	---

(a) TPM I S_3 LR

(b) TPM II S₃LR

Gambar 4.15 menunjukkan *Ways of Understanding* S₃ dalam memahami hubungan antara luas permukaan bola dan selimut tabung menunjukkan upaya integrasi variabel yang kompleks, meskipun terdapat miskonsepsi pada pengetahuan formal matematika. Karakteristik *globality* pada subjek ini muncul melalui kemampuannya menghubungkan dimensi kedua bangun ruang secara sistematis. Pada TPM I, S₃ memahami bahwa tinggi tabung dapat ditentukan secara global melalui 3 tumpukan bola, namun ia mengalami kekeliruan dalam merekonstruksi rumus luas selimut dengan menuliskan “2 luas lingkaran $\times$ tinggi”.

Kesalahan ini mengindikasikan bahwa meskipun S₃ memiliki kerangka berpikir untuk mengaitkan komponen-komponen geometri, ia masih terkendala pada penguasaan rumus formal. Selanjutnya, pada TPM II, karakteristik *globality* S₃ terlihat semakin kuat saat ia mencoba membedah struktur toples menjadi elemen-elemen bola. Subjek berargumen bahwa tinggi toples merupakan gabungan dari diameter kelereng dan mencoba menyamakan dimensi diameter dengan keliling toples.

Meskipun secara matematis penyamaan diameter dengan keliling tersebut keliru, *Ways of Understanding* S₃ menunjukkan bahwa ia tidak sekadar mengandalkan persepsi visual, melainkan berupaya membangun sistem hubungan antarvariabel (tinggi, diameter, dan keliling) untuk memvalidasi kesamaan luas antara kelereng dan wadahnya. Berikut dipaparkan hasil wawancara untuk menganalisis aksi mental *Ways of Thinking* S₃.

Peneliti : “Nomor 5 sama nggak?, alasannya kenapa jawab gini”

S₃ : “Sama, yang pertama bolanya ada 3 kalo ditumpuk maka selimutnya itu 3 kali luas bola tinggal dikalikan aja. Kalau yang kedua sama aja caranya di tumpuk terus dikalikan”

Peneliti : “Tapi disini kamu jawabnya 2 luas lingkaran $\times$ tinggi. Yang ditanya keduanya apasih emang?”

S₃ : “Keliru kak harusnya 3 luas lingkaran $\times$ tinggi. Yang ditanya sama sama luas selimutnya”

Peneliti : “TPM II bukan luas permukaan ya yang ditanya? ‘kan disoal dibilang mneyentuh seluruh sisi toples yang artinya ada alas, tutup dan selimut? yakin sama jawaban kamu?”

S₃ : “Nggaklah kak, sama aja kayak TPM I. Yakin 100% benar kak”

Berdasarkan hasil wawancara *Ways of Thinking* S₃ mengungkapkan bahwa aksi mental subjek merupakan bentuk abstraksi struktural yang mendasari pemahaman globalnya (*globality*) pada tahap *Ways of Understanding*. Jika pada *Ways of Understanding* S₃ terlihat berupaya mengintegrasikan variabel dimensi, maka pada *Ways of Thinking* terlihat bahwa aksi mental tersebut didorong oleh logika keterhubungan antar-objek yang sangat kuat. S₃ melakukan aksi mental berupa generalisasi prinsip, di mana ia meyakini secara mutlak bahwa luas selimut tabung adalah akumulasi langsung dari luas bola yang mengisinya.

Hal ini terlihat ketika subjek mengonfirmasi bahwa luas selimut adalah “3 kali luas bola”. Meskipun pada tahap *Ways of Understanding* teridentifikasi adanya miskonsepsi rumus, namun aksi mental S₃ menunjukkan bahwa ia lebih memprioritaskan logika proporsionalitas (hubungan jumlah bola dengan luas selimut) daripada ketepatan prosedural. Lebih lanjut, karakteristik *globality* dan *intrinsic certainty* S₃ terkonfirmasi melalui aksi mentalnya yang tetap konsisten mempertahankan argumen bahwa kondisi pada TPM II identik dengan TPM I.

Ia menolak provokasi peneliti mengenai perbedaan antara “luas permukaan” dan “luas selimut”, dengan menyatakan “Nggaklah kak, sama aja kayak TPM I.” Keyakinan kognitif sebesar 100% ini menunjukkan bahwa *Ways of Thinking* S₃ bekerja dengan cara membangun satu skema besar yang menyatukan seluruh elemen soal, sehingga ia merasa tidak perlu mencari logika baru selama struktur masalahnya terlihat sama. Berdasarkan hasil analisis data dari ketiga subjek penelitian pada masalah 1 sampai 5 berikut menunjukkan adanya variasi gradasi

dalam proses berpikir intuitif yang berbeda di antara ketiga subjek penelitian. Siswa berkemampuan tinggi (S_1LT) menunjukkan menunjukkan proses berpikir yang matang dengan karakteristik intuisi yang logis dan stabil. Sementara itu, siswa dengan kemampuan sedang (S_2PS) cenderung memiliki pemahaman yang tepat tetapi bersifat rapuh dan mudah salah atau ragu sehingga ia memerlukan dukungan dari prosedur algoritma atau angka untuk memperkuat keyakinannya. Sebaliknya, siswa dengan kemampuan rendah (S_3LR) masih sangat dipengaruhi oleh intuisi sederhana dan pengamatan visual yang terfragmentasi saat menyelesaikan masalah geometri.

B. Pembahasan

Berdasarkan data hasil penelitian, teridentifikasi adanya perbedaan kognitif yang signifikan terkait dengan cara berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal geometri Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL). Dinamika proses berpikir ini dianalisis berdasarkan *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* yang mengacu pada karakteristik intuisi Fischbein dan diperkuat oleh pernyataan polya bahwa siswa akan dianggap paham apabila mereka dapat menuliskan apa yang mereka ketahui dan apa yang diminta dalam soal tersebut.⁶

Kesulitan utama yang ditemukan pada subjek penelitian ini berkaitan dengan aspek berpikir logis siswa saat melakukan penyelesaian pada soal BRSL, seperti yang ditunjukkan pada jawaban mereka, siswa mengalami kesulitan dalam menarik kesimpulan dan memilih strategi penyelesaian yang tepat. Menurut Megawanti & Megawati untuk mendukung penalaran logis dan pemecahan masalah matematika, kemampuan numerik yang baik sangat penting.⁷

⁶ Nurfaiza, S., Abidin, Z., & Safrina, K. (2025). Proses Berpikir Intuitif Siswa Olimpiade SMP dalam Menyelesaikan Soal High Order Thinking (HOT) Matematika. *MathiEu: Journal of Mathematics Education and Learning*, 2(1), 68-76.

⁷ Megawati, E., & Megawanti, P. (2022). Pengaruh Kemampuan Numerik terhadap Penalaran Logis Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Fakt. J. Ilm. Kependidikan*, 9(3).

Temuan ini menguatkan kesimpulan bahwa kurangnya kemampuan berpikir logis, dapat menghambat penalaran siswa dalam menyelesaikan soal.⁸ Analisis data pada subjek berkemampuan tinggi (S_1 LT) yang menunjukkan kestabilan yang sangat baik dalam kematangan skema kognitif. Hal ini didukung oleh teori Piaget yang menyatakan bahwa struktur kognitif manusia terdiri dari serangkaian proses berpikir yang saling terkait, sehingga seseorang dapat memberikan respons terhadap stimulus.⁹ Ketika menghadapi persoalan non-rutin, *Ways of Thinking* yang ada pada S_1 lebih didominasi oleh logika abstraksi struktural yang menyeluruh dan karakteristik intuisi yang kuat. Subjek dapat segera mengenali keterkaitan antara dimensi ruang tanpa terpengaruh oleh manipulasi visual.

Kematangan aksi mental *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* S_1 menunjukkan bahwa S_1 memahami maksud dari masalah yang diberikan dan dapat memecahkan masalah dengan tepat sehingga S_1 memenuhi seluruh indikator berpikir intuisi. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Sa'o (2020) yang menyatakan bahwa subjek dengan kemampuan tinggi dalam memahami teks soal yang diberikan memiliki intuisi afirmatori untuk mengetahui kebenaran konsep volume dengan tidak melakukan langkah perhitungan yang panjang, intuisi antisipatori untuk membuat strategi pemecahan masalah yang efektif, dan intuisi konklusif yang menyeluruh.¹⁰

Siswa dengan kemampuan tinggi mampu menyebutkan fakta yang diketahui dengan baik dan benar, serta menjelaskan hasil jawaban tertulisnya dengan lancar dan benar.¹¹ Karakteristik intuisi Fischbein yang mencakup kognisi langsung (*Self Evidence*), *feeling* dengan kepastian yang kuat (*Intrinsic Certainty*), strategi

⁸ Aqilah, A. N., Warmi, A., Hanifah, H., & Effendi, K. N. S. (2026). Analisis kesulitan siswa pada materi teorema Pythagoras ditinjau dari kemampuan numerik. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 9(1), 61-74.

⁹ Morin, S., & Herman, T. (2022). Systematic literature review: Keberagaman cara berpikir siswa dalam pemecahan masalah matematis ditinjau dari self-efficacy. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 5(1), 271-286.

¹⁰ Sa'o, S. (2020). Intuisi Sebagai Salah Satu Solusi Meraih Prestasi Belajar Matematika. *Jurnal Magister Pendidikan Matematika (JUMADIKA)*, 2(1), 28-33.

¹¹ Chabibah, L. N., Siswanah, E., & Tsani, D. F. (2019). Analisis kemampuan pemecahan masalah siswa dalam menyelesaikan soal cerita barisan ditinjau dari adversity quotient. *PYTHAGORAS: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 14(2), 199-210.

penyelesaian yang stabil (*Coerciveness*), kemampuan memberikan data baru (*Extrapolativeness*) dan mampu memahami masalah secara analitis dan keseluruhan (*Globality*) muncul secara stabil tanpa memerlukan pembenaran dari bukti formal atau dukungan empiris. Kemampuan *Ways of Thinking* yang tinggi menghasilkan *Ways of Understanding* yang bersifat relasional konseptual. S_1 tidak hanya fokus pada menghafal rumus formal, melainkan memahami dampak kuadrat jari-jari terhadap volume. Pernyataan ini sejalan dengan teori Fischbein yang menyatakan bahwa kepastian intrinsik yang kuat muncul dari struktur kognitif yang stabil.¹²

Kematangan proses berpikir dalam memori jangka panjang subjek berkemampuan tinggi memungkinkan subjek untuk memvisualisasikan ruang secara abstrak tanpa adanya kendala kognitif yang signifikan. Kondisi transisional diperlihatkan oleh subjek dengan kemampuan sedang (S_2PS) menggambarkan siswa yang berada dalam tahap transisi kognitif dengan karakteristik intuisi yang kuat namun rentan rapuh, data menarik di lapangan yang menunjukkan ada penurunan performa yang signifikan pada S_2 . Ketidakstabilan ini menunjukkan bahwa intuisi awal S_2 bergantung pada kemiripan soal dan pembuktian numerik, bukan pemahaman konsep yang mendalam.

Setelah konteks soal diganti, subjek kehilangan sandaran visual dan numerik, yang menyebabkan ketidakpastian pada *Ways of Thinking* nya sehingga *Ways of Understanding* yang diperoleh gagal dan menyebabkan karakteristik *intrinsic certainty* yang rapuh dan mengalami kekeliruan prosedural. Karakteristik *coerciveness* yang dimiliki S_2 memaksa subjek untuk yakin pada pemahaman yang keliru, di mana subjek cenderung defensif dan menutup diri dari intervensi logis demi mempertahankan asumsi awalnya yang salah. Hal ini sejalan dengan penelitian dari Fatima & Susanah (2019) yang menunjukkan bahwa siswa dengan gaya kognitif tertentu memerlukan lebih banyak waktu untuk menentukan validitas

¹² Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).

solusi.¹³ Karena *Ways of Understanding* yang terbentuk masih bersifat parsial, Sehingga proses berpikir S_2 terjebak pada karakteristik *self evident*, *extrapolativeness* dan *globality* yang keliru. Sementara itu subjek dengan kemampuan rendah (S_3LR) menunjukkan respons yang didominasi oleh intuisi visual yang naif. Saat menghadapi masalah yang diberikan, *Ways of Thinking* S_3 mengalami gangguan kognitif yang signifikan disebabkan oleh miskonsepsi dan kurangnya pemahaman konsep dasar matematika yang dimiliki. Untuk menyelesaikan kebuntuan ini, otak S_3 secara otomatis memilih jalan alternatif dengan mengandalkan sepenuhnya pada ilusi visual geometri seperti mengaitkan volume air tumpah dengan berat/massa objek atau berasumsi wadah yang lebih tinggi pasti memiliki volume lebih besar.

Hal ini diperkuat oleh temuan dari Lailiyah et al (2023) yang berpendapat bahwa siswa berkemampuan rendah cenderung mudah menyerah tidak mampu memahami masalah dengan baik sehingga hanya dapat menyebutkan sebagian informasi secara tertulis dan tidak mampu menganalisis informasi dengan baik, ia akan mudah mengalami kesulitan dalam menentukan strategi penyelesaian sehingga hasil akhir yang diperoleh tidak tepat.¹⁴

Aksi mental *Ways of Thinking* S_3 mencoba mempertahankan *Intrinsic Certainty* dengan menunjukkan bahwa ia mengandalkan penalaran proporsional yang keliru dengan memvalidasi argumennya melalui formalisasi keliru yaitu menyandarkan asumsi pada istilah ilmiah yang tidak relevan. Temuan ini di dukung oleh hasil penelitian dari Prameswari & Muniri (2023) yang menyatakan bahwa dalam menyelesaikan masalah bangun ruang, siswa dengan kemampuan matematika rendah sering didominasi oleh karakteristik *self evident*,

¹³ Fatima, A. A., & Susanah, S. (2019). Profil Intuisi Siswa SMP dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif dan impulsif. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 550-558.

¹⁴ Lailiyah, S., & Kurlillah, F. A. (2023). Student's ways of thinking and ways of understanding analysis in solving mathematics problems in term of adversity quotient. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 16(2), 151-171.

extrapolativeness, dan *globality* yang keliru.¹⁵ Kondisi ini menyebabkan *Ways of Understanding* yang dikonstruksi oleh S_3 penuh dengan miskonsepsi. Karakteristik intuisi *self evident* dan *coerciveness* pada S_3 tetap muncul dengan kuat, namun mengarah pada keyakinan (*intrinsic certainty*) yang keliru karena S_3 menganggap tebakan visualnya sebagai kebenaran mutlak. Ketika dipaksa melakukan operasi hitung, S_3 hanya melakukan spekulasi angka atau tebakan semata tanpa memahami makna struktural dari rumus bangun ruang tersebut.¹⁶ Sebagaimana teori yang dikemukakan oleh Fischbein bahwa kondisi pengetahuan intuitif siswa rendah didasarkan pada pengalaman sehari-hari yang belum tentu benar secara ilmiah, yang menghambat perkembangan pemahaman matematis yang akurat.¹⁷

Menurut Mefiana & Herman (2023) *Ways of Understanding* yang salah dan tidak lengkap akan menghasilkan *Ways of Thinking* yang tidak logis atau salah, sedangkan *Ways of Understanding* yang baik akan menghasilkan *Ways of Thinking* yang sistematis, logis, dan efektif.¹⁸ Temuan ini menguatkan kesimpulan bahwa siswa sering kali kesulitan dalam memecahkan soal-soal non-rutin dikarenakan keterbatasan dalam kemampuan berpikir matematis mereka serta kurangnya fleksibilitas dalam menafsirkan konsep-konsep yang telah mereka pelajari.¹⁹

¹⁵ Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91.

¹⁶ Munairoh, I. R., & Hastari, R. C. (2023). Berpikir intuitif siswa kelas viii dalam memecahkan masalah statistika ditinjau dari kecemasan matematika. *ARMADA: Jurnal Penelitian Multidisiplin*, 1(10), 1263-1271.

¹⁷ Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).

¹⁸ Mefiana, S. A., & Herman, T. (2023). Karakteristik Ways of Thinking dan Ways of Understanding Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan. *Journal on Mathematics Education Research (J-MER)*, 4(2), 139-148.

¹⁹ Aiyub, A., Suryadi, D., Fatimah, S., Kusnandi, K., & Abidin, Z. (2024). Investigation of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Non-Routine Number Pattern Problems: A Hermeneutics Phenomenological Study. *Mathematics Teaching Research Journal*, 16(1), 54-78.

C. Keterbatasan Penelitian

Meskipun peneliti menyadari bahwa penelitian ini telah dilakukan sebaik mungkin sesuai dengan standar ilmiah, ada beberapa keterbatasan yang perlu diperhatikan saat menafsirkan hasilnya. Beberapa dari keterbatasan penelitian di antaranya :

1. Penelitian ini hanya dilaksanakan pada satu sekolah, yaitu MTsN 1 Banda Aceh dan hanya difokuskan pada satu kelas yaitu kelas IX-11. Hal ini menyebabkan gambaran hasil penelitian terbatas pada karakteristik lingkungan belajar di lokasi tersebut.
2. Penelitian ini hanya difokuskan terhadap 3 subjek yang dipilih sesuai dengan tingkat kemampuan matematis siswa. Oleh karena itu temuan hasil penelitian ini bersifat kasuistik dan tidak dapat digeneralisasikan untuk seluruh siswa di populasi yang lebih luas.
3. Penelitian ini hanya dilakukan pada pokok bahasan materi geometri Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL) dan belum dapat digeneralisasikan pada pokok bahasan materi yang lain. Peneliti telah berusaha menggunakan pedoman wawancara yang terstruktur, namun kemampuan komunikasi siswa dalam menjelaskan perasaan dan proses berpikirnya menjadi salah satu faktor terbatasnya data yang dihasilkan.
4. Pelaksanaan penelitian memiliki keterbatasan waktu sehingga uji coba hanya dilakukan dua kali dalam kurun waktu satu minggu.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan temuan dari penelitian mengenai analisis berpikir intuitif matematis siswa kelas IX dalam menyelesaikan masalah geometri Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL) ditinjau dari aspek *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* dapat disimpulkan bahwa siswa MTsN memiliki intuisi yang berbeda pada setiap kemampuan matematisnya. Penelitian ini mengonfirmasi bahwa berpikir intuitif adalah proses mental yang cepat dan spontan yang digunakan siswa untuk menyelesaikan masalah di mana kualitas kemunculan intuisi *affirmatory*, *antisipatory* dan *conclusive* siswa sangat bergantung pada kemampuan matematis. Dapat disimpulkan bahwa setiap tingkat kemampuan matematika yang dimiliki siswa melibatkan intuisi dalam memecahkan soal BRSL.

Baik siswa dengan kemampuan matematika tinggi, siswa dengan kemampuan matematika sedang, maupun siswa dengan kemampuan rendah, semua melibatkan karakteristik berpikir intuitif saat menyelesaikan soal. Siswa dengan kemampuan tinggi memiliki intuisi yang selaras dengan logika, siswa dengan kemampuan sedang memiliki intuisi yang mulai mengarah pada logika namun masih sering disertai keraguan (*cognitive conflict*) antara insting dan hafalan rumus, sedangkan siswa dengan kemampuan rendah memiliki intuisi yang lebih bergantung pada visual semata.

Selanjutnya, penelitian ini juga mengonfirmasi bahwa karakteristik intuitif *Self-evident*, *Intrinsic Certainty*, *Coerciveness*, *Extrapolativeness* dan *Globality* muncul secara berbeda pada tiap subjek. Siswa dengan kemampuan tinggi memiliki *Ways of Thinking* yang matang sehingga mereka mampu mencapai karakteristik *Globality*. *Ways of Understanding* yang dihasilkan jauh lebih mendalam karena siswa mampu melihat struktur masalah secara keseluruhan. Siswa dengan kemampuan sedang memiliki *Ways of Thinking* yang transisional, di mana karakteristik *Intrinsic Certainty* sering kali disertai dengan keraguan. *Ways of*

Understanding yang dihasilkan cukup baik, tetapi terbatas pada prosedur yang pernah dipelajari. Sementara itu, siswa dengan kemampuan rendah *Ways of Thinking* mereka sangat terbatas pada persepsi visual. Karakteristik *self evident* hanya muncul karena tampilan fisik soal, sehingga *Ways of Understanding* yang dihasilkan cenderung tidak tepat dan tidak sesuai dengan konsep geometri yang sebenarnya.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, peneliti menyampaikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Bagi Guru Matematika

Guru diharapkan tidak hanya berkonsentrasi pada hasil akhir (*Ways of Understanding*), tetapi juga melihat bagaimana proses siswa berpikir (*Ways of Thinking*). Guru diharapkan dapat memperbanyak penggunaan alat peraga atau visualisasi konsep yang menjembatani antara bentuk fisik dan karakteristik matematis formal karena siswa dengan kemampuan rendah sangat bergantung pada intuisi visual. Untuk meningkatkan ketajaman intuisi yang logis, guru juga harus melatih siswa untuk memiliki keberanian mengungkapkan alasan di balik jawaban spontan mereka.

2. Bagi Siswa

Siswa harus lebih membiasakan diri untuk mengecek kembali jawaban yang didapatkan secara intuitif. Siswa harus berani mencoba berbagai strategi pemecahan masalah untuk meningkatkan pengalaman intelektual mereka, yang menjadi dasar terbentuknya intuisi yang matang. Meskipun perasaan (*feeling*) terhadap suatu jawaban sering kali benar mereka juga harus melatih kemampuan abstraksi mereka agar mereka tidak hanya terbatas pada tampilan visual soal.

3. Bagi Peneliti Selanjutnya

Peneliti selanjutnya diharapkan dapat mengembangkan penelitian yang serupa pada pokok bahasan matematika yang berbeda seperti aljabar, statistika, atau

kalkulus untuk melihat keragaman karakteristik intuisi siswa dan menggunakan instrumen pengambilan data yang lebih bervariasi agar proses berpikir intuitif yang bersifat implisit dapat tergali lebih mendalam. Serta menambah jumlah subjek penelitian atau memperluas cakupan populasi agar diperoleh generalisasi hasil penelitian yang lebih kuat mengenai *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* siswa.



DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, Z. (2017). Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika. *Malang: Inteligensia Media*.
- Agus, S. (2011). Profil Berfikir Intuitif Matematik. In *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi Bandung*.
- Aiyub, A., Suryadi, D., Fatimah, S., Kusnandi, K., & Abidin, Z. (2024). Investigation of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Non-Routine Number Pattern Problems: A Hermeneutics Phenomenological Study. *Mathematics Teaching Research Journal*, 16(1), 54-78.
- Aqilah, A. N., Warmi, A., Hanifah, H., & Effendi, K. N. S. (2026). Analisis kesulitan siswa pada materi teorema Pythagoras ditinjau dari kemampuan numerik. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 9(1), 61-74.
- Aulia, N., Sarinah, S., & Juanda, J. (2023). Analisis kurikulum merdeka dan kurikulum 2013. *Jurnal Literasi Dan Pembelajaran Indonesia*, 3(1), 14-20.
- Baylor, A. L. (1997). A three-component conception of intuition: Immediacy, sensing relationships, and reason. *New ideas in psychology*, 15(2), 185-194.
- Chabibah, L. N., Siswanah, E., & Tsani, D. F. (2019). Analisis kemampuan pemecahan masalah siswa dalam menyelesaikan soal cerita barisan ditinjau dari adversity quotient. *PYTHAGORAS: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 14(2), 199-210.
- Djamil, M. (2015). Paradigma penelitian kualitatif.
- Fadzillah, N (2016). *Analisis kesulitan pemahaman konsep matematika siswa kelas VII SMP*, repository.umpwr.ac.id, <https://repository.umpwr.ac.id/handle/123456789/2573>
- Fatima, A. A., & Susanah, S. (2019). Profil Intuisi Siswa SMP dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif dan impulsif. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 550-558.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational studies in mathematics*, 38(1), 11-50.
- Harel, G. (2008). What is Mathematics? A Pedagogical Answer to. *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy*, 59, 265.
- HARYANTI, C. F. (2018). Profil Penalaran Matematika Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Open Ended Ditinjau Dari Gaya Kognitif Field Dependent Dan Field Independent. *MATHEdunesa*, 7(2), 197-204.
- Hendriana, H., Prahmana, R. C. I., Ristiana, M. G., Rohaeti, E. E., & Hidayat, W. (2022, October). The theoretical framework on humanist ethno-metaphorical mathematics learning model: An impactful insight in learning

- mathematics. In *Frontiers in Education* (Vol. 7, p. 1030471). Frontiers Media SA.
- Hendriana, H., Rohaeti, E. E., & Sumarmo, U. (2017). Hard skills dan soft skills matematik siswa. *Bandung: Refika Aditama*, 7, 2017.
- Hikmah, S. N., & Saputra, V. H. (2023). Korelasi motivasi belajar dan pemahaman matematis terhadap hasil belajar matematika. *Mathema: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 42-57.
- Kustos, P. N. (2010). *Trends concerning four misconceptions in students' intuitively-based probabilistic reasoning sourced in the heuristic of representativeness*. The University of Alabama.
- Lailiyah, S., & Kurlillah, F. A. (2023). Student's ways of thinking and ways of understanding analysis in solving mathematics problems in term of adversity quotient. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 16(2), 151-171.
- Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. (2019). Penelitian pendidikan matematika.
- Martin, M. O., Mullis, I. V., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 Technical Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.
- Maghfiroh, F., Dasari, D., Dahlan, J. A., Inayah, C. F., & Fitriyah, Y. (2024). Students' Ways of Understanding and Ways of Thinking in Solving Trigonometric Problems. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 12(2), 310-320.
- Mefiana, S. A., & Herman, T. (2023). Karakteristik Ways of Thinking dan Ways of Understanding Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan. *Journal on Mathematics Education Research (J-MER)*, 4(2), 139-148.
- Megawati, E., & Megawanti, P. (2022). Pengaruh Kemampuan Numerik terhadap Penalaran Logis Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Fakt. J. Ilm. Kependidikan*, 9(3).
- Morin, S., & Herman, T. (2022). Systematic literature review: Keberagaman cara berpikir siswa dalam pemecahan masalah matematis ditinjau dari self-efficacy. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 5(1), 271-286.
- Munairoh, I. R., & Hastari, R. C. (2023). Berpikir intuitif siswa kelas viii dalam memecahkan masalah statistika ditinjau dari kecemasan matematika. *ARMADA: Jurnal Penelitian Multidisiplin*, 1(10), 1263-1271.
- Nurfaiza, S., Abidin, Z., & Safrina, K. (2025). Proses Berpikir Intuitif Siswa Olimpiade SMP dalam Menyelesaikan Soal High Order Thinking (HOT) Matematika. *MathiEu: Journal of Mathematics Education and Learning*, 2(1), 68-76.

- Nurhasanah, H., Turmudi, T., & Jupri, A. (2021). Karakteristik ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) siswa berdasarkan teori harel. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 3(1), 105-113.
- Pamuji, A. B. S. (2020). Karakteristik Intuisi Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Volume*, 9(1).
- Prameswari, D. A., & Muniri, M. (2023). Karakteristik berpikir intuitif siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari kemampuan matematika. *Lattice Journal: Journal of Mathematics Education and Applied*, 3(1), 79-91.
- Rahmah, N. (2013). Hakikat pendidikan matematika. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 1(2), 1-10.
- Sa'o, S. (2016). Berpikir intuitif sebagai solusi mengatasi rendahnya prestasi belajar matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(1), 43-56.
- Sabandar, J., & Hasanah, A. (2010). Mengembangkan kemampuan berpikir kreatif siswa sekolah menengah atas (SMA) melalui pembelajaran kontekstual yang menekankan pada intuisi matematis. In *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*.
- Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM–Mathematics Education*, 56(2), 211-222.
- Sao, S. (2014). Berpikir intuitif dalam pembelajaran matematika. In *Prosiding seminar nasional TEQIP (teachers quality improvement program) membangun karakter bangsa melalui pembelajaran bermakna Universitas Negeri Malang*.
- Sa'o, S. (2020). Intuisi Sebagai Salah Satu Solusi Meraih Prestasi Belajar Matematika. *Jurnal Magister Pendidikan Matematika (JUMADIKA)*, 2(1), 28-33.
- Sari, F. A., Marlissa, I., & Dahlan, J. A. (2019). Analisis ways of thinking (wot) dan ways of understanding (wou) pada buku teks pelajaran matematika SMP kelas vii materi bilangan. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(2), 13-24.
- Sitepu, S. (2019). Efektivitas Bahan Ajar Dengan Alur Model Pembelajaran Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Prodi Matematika Uhn. *Sepren*, 1(01), 38-47.
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Sugiyono, D. (2013). Metode penelitian kuantitatif. *Kualitatif, dan Tindakan*, 189-190.

- Sulung, U., & Muspawi, M. (2024). Jurnal Edu Research Indonesian Institute For Corporate Learning And Studies (IICLS) Page 25. *Jurnal Edu Research: Indonesian Institute For Corporate Learning And Studies (IICLS)*, 5(2), 28-33.
- Sumarmo, U. (2010). Berpikir Dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan bagaimana dikembangkan pada peserta didik. *Bandung: FPMIPA UPI*, 1-27.
- Sumarmo, U. (2013). Berpikir dan Disposisi matematik serta Pembelajarannya. *Bandung: UPI*.
- Suryadi, D (2019). *Penelitian desain didaktis (DDR) dan implementasinya.*, Gapura Press Bandung
- Suwarto, S., Hidayah, I., Rochmad, R., & Masrukan, M. (2023). Intuitive thinking: Perspectives on intuitive thinking processes in mathematical problem solving through a literature review. *Cogent Education*, 10(2), 2243119.
- Tonra, W. S., Maifa, T. S., Ghany, W. A., & Fatimah, S. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking: Sebuah kajian pustaka. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1-12.
- Ulya, H., Kartono, A. R., & Retroningsih, A. (2014). Analysis of mathematics problem solving ability of junior high school students viewed from students' cognitive style. *Journal of Education and Practice*, 2(10), 577-582.
- Uno, H. B. (2023). *Orientasi baru dalam psikologi pembelajaran*. Bumi Aksara.
- Wardhani, S. (2008). Analisis SI dan SKL mata pelajaran matematika SMP/MTs untuk optimalisasi tujuan mata pelajaran matematika. *Yogyakarta: PPPPTK*.
- Wardhani, S. (2008). Paket fasilitasi pemberdayaan KKG/MGMP matematika. *Yogyakarta: Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika*.
- Wulandari, E., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2022). Potensi Intuisi Matematis dalam Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 5, pp. 114-119).
- Wulandari, R., Suwarto, S., & Novaliyosi, N. (2021). Upaya meningkatkan pemahaman konsep geometri ruang pada pembelajaran daring dengan model discovery learning. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 197-206.
- Yuwono, I (2001). RME (Realistic Mathematics Education) dan hasil studi awal implementasinya di SLTP. *Makalah disampaikan pada seminar Nasional RME*.
- Zannah, N., & Andriani, S. (2017). Karakteristik intuisi siswa dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari gaya kognitif dan perbedaan gender.

In Prosiding seminar nasional matematika dan pendidikan matematika (Vol. 1, No. 1, pp. 111-119).



LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Keputusan Penetapan Pembimbing Skripsi



KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UIN AR-RANIRY BANDA ACEH
NOMOR : 400 TAHUN 2026
TENTANG:
PENGANGKATAN PEMBIMBING SKRIPSI MAHASISWA
DENGAN RAHMAT TUHAN YANG MAHA ESA
DEKAN FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UIN AR-RANIRY BANDA ACEH

Menimbang : a. bahwa untuk kelancaran bimbingan skripsi mahasiswa pada Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh maka dipandang perlu menunjuk pembimbing skripsi;
b. bahwa yang namanya tersebut dalam Surat Keputusan ini dianggap cakap dan mampu untuk diangkat dalam jabatan sebagai pembimbing skripsi mahasiswa;
c. bahwa berdasarkan pertimbangan sebagaimana dimaksud dalam huruf a dan huruf b, perlu menetapkan Keputusan Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh.

Mengingat :
1. Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003, tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Undang-Undang Nomor 14 Tahun 2005, tentang Guru dan Dosen;
3. Undang-Undang Nomor 12 Tahun 2012, tentang Pendidikan Tinggi;
4. Peraturan Presiden Nomor 74 Tahun 2012, tentang perubahan atas peraturan pemerintah RI Nomor 23 Tahun 2005 tentang pengelolaan keuangan Badan Layanan Umum;
5. Peraturan Pemerintah Nomor 4 Tahun 2014, tentang penyelenggaraan Pendidikan Tinggi dan Pengelolaan Perguruan Tinggi;
6. Peraturan Presiden Nomor 64 Tahun 2013, tentang perubahan Institut Agama Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh Menjadi Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh;
7. Peraturan Menteri Agama RI Nomor 44 Tahun 2022, tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Ar-Raniry Banda Aceh;
8. Peraturan Menteri Agama Nomor 14 Tahun 2022, tentang Statuta UIN Ar-Raniry Banda Aceh;
9. Keputusan Menteri Agama Nomor 492 Tahun 2003, tentang Pendelegasian Wewenang Pengangkatan, Pemindahan dan Pemberhentian PNS di Lingkungan Depag RI;
10. Keputusan Menteri Keuangan Nomor 293/Kmk.05/2011, tentang penetapan UIN Ar-Raniry Banda Aceh pada Kementerian Agama sebagai Instansi Pemerintah yang menerapkan Pengelolaan Badan Layanan Umum
11. Surat Keputusan Rektor UIN Ar-Raniry Banda Aceh Nomor 01 Tahun 2015, Tentang Pendelegasian Wewenang kepada Dekan dan Direktur Pascasarjana di Lingkungan UIN Ar-Raniry Banda Aceh.

MEMUTUSKAN

Menetapkan : Keputusan Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh tentang Pembimbing Skripsi Mahasiswa.

KESATU : Menunjukkan Saudara:
Dr. Alyub, S.Ag.,M.Pd
Untuk membimbing Skripsi

Nama : Andina Lestari
NIM : 220205036
Program Studi : Pendidikan Matematika
Judul Skripsi : Analisis Berpikir Intuitif Matematis Siswa SMP/MTs Kelas IX pada Materi Geometri.

KEDUA : Kepada pembimbing yang tercantum namanya diatas diberikan honorarium sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku;

KETIGA : Pembiayaan akibat keputusan ini dibebankan pada DIPA UIN Ar-Raniry Banda Aceh Nomor SP DIPA.025.04.2.423925/2026, Tanggal 01 Desember 2025;

KEEMPAT : Surat Keputusan ini berlaku selama enam bulan sejak tanggal ditetapkan;

KELIMA : Surat Keputusan ini berlaku sejak tanggal ditetapkan dengan ketentuan bahwa segala sesuatu akan dirubah dan diperbaiki kembali sebagaimana mestinya, apabila kemudian hari ternyata terdapat kekeliruan dalam Surat Keputusan ini.

Ditetapkan di : Banda Aceh
Pada tanggal : 15 April 2026
Dekan,

Satru Muluk

Tembusan:

1. Sekjen Kementerian Agama RI di Jakarta;
2. Dijen Pendidikan Islam Kementerian Agama RI di Jakarta;
3. Direktur Perguruan Tinggi Keagamaan Islam Kementerian Agama RI di Jakarta;
4. Kantor Pelayanan Perbendaharaan Negara (KPPN), di Banda Aceh;
5. Rektor UIN Ar-Raniry Banda Aceh di Banda Aceh;
6. Kepala Bagian Keuangan dan Akuntansi UIN Ar-Raniry Banda Aceh di Banda Aceh;
7. Yang bersangkutan;
8. Arsip.



Lampiran 2. Surat Izin Penelitian dari Fakultas



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI AR-RANIRY BANDA ACEH
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN

Jl. Syekh Abdur Rauf Kopelma Darussalam Banda Aceh Telp/Fax. : 0651-752921

Nomor : B-288/Un.08/FTK.1/TL.00/1/2026

Lamp : -

Hal : *Penelitian Ilmiah Mahasiswa*

Kepada Yth,

Kepala Kantor Kementerian Agama Kota Banda Aceh ; Kepala MTsN 1 Banda Aceh

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Fakultas Tarbiyah Dan Keguruan UIN Ar-Raniry dengan ini menerangkan bahwa:

NIM : 220205036

Nama : ANDINA LESTARI

Program Studi/Jurusan : Pendidikan Matematika

Alamat : BANDA ACEH-MEDAN LAMPOH KUTA PULO PISANG

Saudara yang tersebut namanya diatas benar mahasiswa Fakultas Tarbiyah Dan Keguruan bermaksud melakukan penelitian ilmiah di lembaga yang Bapak/Ibu pimpin dalam rangka penulisan Skripsi dengan judul **ANALISIS BERPIKIR INTIUTIF MATEMATIS SISWA SMP/MTS KELAS IX PADA MATERI GEOMETRI**

Banda Aceh, 19 Januari 2026

An. Dekan

Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kelembagaan



Prof. Dr. Buhori Muslim, M.Ag.

NIP. 197508152001121002

Berlaku sampai : 27 Februari 2026

جامعة الرانيري

AR-RANIRY

Lampiran 3. Surat Keterangan telah Melakukan Penelitian di MTsN 1 Banda Aceh



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
KANTOR KEMENTERIAN AGAMA KOTA BANDA ACEH
MADRASAH TSANAWIYAH NEGERI 1 BANDA ACEH
Jalan Pocut Baren No.114 Banda Aceh
Telepon (0651) 23965 Fax (0651) 23965 Kode Pos 23123
Website : mtsnmodelbandaaceh.sch.id

SURAT KETERANGAN PENELITIAN
Nomor :B- 565 /Mts.01.07.1/TL.00.7/ 06 /2026

Yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : Dr.Hj.UMMIYANI,S.Ag.,M.Pd
NIP : 19700816 199403 2 004
Jabatan : Kepala MTsN 1 Banda Aceh

Dengan ini menerangkan bahwa

Nama : Andina Lestari
NIM : 220205036
Jurusan : Prodi Pendidikan Matematika
Alamat : Baet Baitussalam, Aceh Besar

Benar yang namanya tersebut di atas adalah telah mengadakan penelitian pada Madrasah Tsanawiyah Negeri 1 Banda Aceh dari tanggal 3 s/d 10 Februari 2026, dalam rangka menyusun **Skripsi** sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan Studi pada Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Ar-Raniry dengan judul. **"ANALISIS BERPIKIR INTUITIF MATEMATIS SISWA SMP/ MTs KELAS IX PADA MATERI GEOMETRI"**.

Demikian surat keterangan ini dikeluarkan, agar dapat digunakan seperlunya.



Banda Aceh, 20 Juli 2026

Lampiran 4. Instrumen Penelitian

Lampiran 4. a. Lembar TPM I

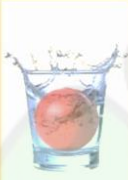
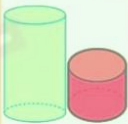
Sesi : 1

KUIS CERDAS MATEMATIKA

BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

Nama : _____ Kelas : _____

Jawablah soal-soal di bawah ini dengan konsentrasi!

1.		Bayangkan kamu mempunyai gelas berbentuk tabung yang penuh berisi air. Lalu, kamu masukkan sebuah bola billiard ke dalam gelas itu sehingga menyentuh semua sisi gelas. Pasti ada air yang tumpah keluar, kan? Nah, menurutmu mana yang lebih banyak volumenya. Bola yang masuk atau air yang tumpah? Tuliskan jawaban yang pertama kali terlintas di pikiranmu!"	Jawaban :
2.		Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira, jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina? Berikan alasanmu.	Jawaban :
3.		Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?	Jawaban :
4.		Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari-jari 6 m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari-jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tinggi tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?	Jawaban :
5.		Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut? Berikan pendapatmu!	Jawaban :

Lampiran 4. b. Lembar TPM II

SESI : 2

KUIS CERDAS MATEMATIKA

Nama: _____
Kelas: _____

Jangan takut salah yaa..
Tuangkan ide kreatif kamu..
Bagaimana perasaan kamu saat mengerjakan soal ini?

PETUNJUK

Pahami soal di bawah ini dengan cermat!
Jawab soal pada kolom yang tersedia!

	1. Ada dua wadah. Satu gelas berisi air sampai penuh, satu lagi mangkuk kosong. Kamu memasukkan jeruk ke dalam gelas sampai airnya tumpah dan semua tumpahannya tertampung di mangkuk. Jika kamu melihat jeruk di gelas dan air tumpahan di mangkuk, mana yang menurutmu terlihat lebih besar volumenya?	
	2. Sebuah pabrik es krim ingin mengubah ukuran cone mereka yang berbentuk kerucut. Jari-jarinya dibuat setengah kali lebih kecil, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat lebih tinggi. Menurutmu, apakah wadah baru itu akan memuat es krim yang lebih banyak, lebih sedikit, atau tetap sama dengan wadah lama? Berikan alasanmu!	
	3. Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung x dibuat tinggi, Tabung y dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung x akan mampu menampung pasir lebih banyak. Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?	
	4. Sebuah tangki bensin berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari-jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangki bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut? sertakan alasanmu! a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya tetap kekecilan. b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung. c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.	
	5. Tara memasukkan dua kelereng ke dalam toples berbentuk tabung sehingga kelereng menyentuh setiap sisi toples. Tara berpendapat bahwa luas dari toples itu pasti sama dengan gabungan dari luas 2 kelereng itu. Apakah pendapat Tara benar atau salah. Berikan alasanmu!	

Lampiran 4. c. Kunci Jawaban dan Pedoman Penalaran Intuitif Tes Penalaran Matematika

A. Kunci Jawaban & Penalaran Intuitif TPM I

1. Bola billiard dimasukkan ke gelas tabung penuh air hingga menyentuh semua sisi. Mana yang lebih banyak volumenya, bola atau air yang tumpah?

Jawaban:

- a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking- Self Evident*):

Siswa secara intuitif memahami Hukum Archimedes ruang. Air tumpah karena terdesak oleh ruang yang ditempati bola. Maka, ruang yang ditinggalkan air tumpah sama persis dengan ruang (volume) bola yang masuk.

- b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Volume air yang tumpah = Volume benda yang dicelupkan. Maka, Volume bola = Volume air yang tumpah (keduanya sama banyak).

2. Cetakan tumpeng (kerucut) dibuat jari-jari (r) $2 \times$ lebih besar, tapi tinggi (t) setengah ($\frac{1}{2}$) semula. Benarkah anggapan Dina jumlah nasi tetap sama?

Jawaban:

- a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking- Intrinsic Certainty*):

Siswa memiliki keyakinan batin yang kuat bahwa perubahan jari-jari membawa dampak kuadratik yang lebih dominan daripada perubahan tinggi yang hanya linier.

- b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Anggapan Dina salah, karena:

$$V_{\text{baru}} = \frac{1}{3}\pi(2r)^2\left(\frac{1}{2}t\right) = \frac{1}{3}\pi(4r^2)\left(\frac{1}{2}t\right) = 2 \times \left(\frac{1}{3}\pi r^2 t\right) = 2 \times V_{\text{lama}}.$$

Maka Jumlah nasi yang dibutuhkan menjadi 2 kali lebih banyak dari semula.

3. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk) dibuat dari karton berluas sama. Pendapat siapa yang kamu pertahankan (Tiara: Tabung A lebih banyak air, atau Juwita: tidak setuju)?

Jawaban:

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Coerciveness*):

Siswa mampu melawan dorongan intuitif kaku (*visual bias* yang memaksa menganggap objek tinggi selalu menampung lebih banyak) dan menyadari secara logis bahwa pelebaran diameter/jari-jari lebih menentukan volume.

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Mempertahankan pendapat JUWITA (Tabung B/pendek-gemuk menampung air lebih banyak), Karena $V = \pi r^2 t$, faktor r dikuadratkan, sehingga penambahan r pada tabung gemuk berdampak lebih besar pada volume dibanding penambahan t pada tabung tinggi.

4. Tumpukan pasir kerucut ($r = 6$ m) dipindah ke tabung dengan r sama, tapi tinggi tabung 5 cm lebih pendek dari kerucut. Apa yang terjadi pada pasir?

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking-Extrapolativeness*):

Siswa melompati alur perhitungan kaku dan langsung mengira pola hubungan rasio 1:3 antara kerucut dan tabung. Pengurangan tinggi tabung yang hanya 5 cm tidak berpengaruh signifikan terhadap kapasitas tabung yang $3 \times$ lebih besar.

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Pasir tidak akan tumpah dan tabung masih belum penuh (pasir hanya terisi sekitar $\frac{1}{3}$ bagian tabung).

Karena: $V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 t_{\text{kerucut}}$. Kapasitas tabung $V_{\text{tabung}} = \pi r^2 (t_{\text{kerucut}} - 0,05 \text{ m}) \approx 3 \times V_{\text{kerucut}}$.

5. 3 bola tenis dimasukkan ke tabung silinder secara bertumpuk. Cara tercepat mengetahui luas selimut tabung jika tahu luas permukaan 1 bola?

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Globality*):

Siswa melihat hubungan spasial antar-objek secara menyeluruh (*global*), yaitu menyadari bahwa tinggi tabung setara dengan gabungan 3 diameter bola ($t = 3d = 6r$).

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

$$L_{\text{selimut tabung}} = 2\pi r t = 2\pi r(6r) = 12\pi r^2 = 3 \times (4\pi r^2) = 3 \times$$

$L_{\text{permukaan 1 bola}}$.

Maka langkah tercepatnya adalah dengan mengalikan luas permukaan 1 bola dengan angka 3 ($3 \times \text{Luas Bola}$).

B. Kunci Jawaban & Penalaran Intuitif TPM II

- Jeruk dimasukkan ke gelas penuh air, tumpahan ditampung di mangkuk. Mana yang terlihat lebih besar volumenya (jeruk di gelas atau air di mangkuk)?

Jawaban:

- Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Self-Evident*):

Siswa memahami secara langsung tanpa ragu bahwa volume air yang berada di mangkuk merupakan bentuk nyata dari volume jeruk yang masuk ke gelas.

- Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Volume air tumpah di mangkuk = Volume jeruk (sama besar)

- Cone es krim (kerucut) dibuat r setengah ($\frac{1}{2}$) kali semula, tapi tinggi $4 \times$ lipat.

Apakah memuat es krim lebih banyak, sedikit, atau sama?

Jawaban:

- Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Intrinsic Certainty*):

Siswa memiliki keyakinan batin yang pasti bahwa efek kuadratik dari pengurangan jari-jari $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ akan saling meniadakan (*canceling out*) dengan perkalian tinggi $4 \times$ lipat.

- Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Ukurannya tetap sama, karena:

$$V_{\text{baru}} = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{1}{2}r\right)^2 (4t) = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{1}{4}r^2\right) (4t) = \frac{1}{3}\pi r^2 t = V_{\text{lama}}.$$

- Kawat sama panjang dipotong untuk kerangka Tabung X (tinggi) dan Tabung Y (lebar). Apakah setuju dengan Ayah bahwa Tabung X menampung pasir lebih banyak?

Jawaban:

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Coerciveness*):

Siswa berhasil mengatasi keterpaksaan berpikir *visual bias* (mengira yang tinggi pasti lebih muat banyak) dan menyadari bahwa tabung yang lebih lebar (jari-jari besar) memberikan volume lebih dominan.

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Tidak setuju dengan Ayah, tabung Y menampung lebih banyak, dikarenakan keliling alas tabung Y lebih besar (r lebih besar). Karena pada rumus $V = \pi r^2 t$ variabel r dikuadratkan, Tabung Y berkapasitas lebih besar.

4. Tangki bensin (tabung) penuh minyak dipindah ke kerucut dengan r sama, tapi kerucut $2 \times$ lebih tinggi dari tangki. Apa yang terjadi pada minyak?

Jawaban:

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Extrapolativeness*):

Siswa melompati perhitungan rumit dan langsung mengasosiasikan rasio volume kerucut terhadap tabung (yaitu $\frac{1}{3}$). Jika tinggi kerucut $2 \times$, kapasitasnya baru mencapai $\frac{2}{3}$ tabung, sehingga minyak dipastikan tumpah.

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Jawaban yang benar adalah a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya tetap kekecilan. Karena $V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 (2t) = \frac{2}{3} \pi r^2 t = \frac{2}{3} V_{\text{tabung}}$. Maka, minyak tumpah sebesar $\frac{1}{3}$ bagian.

5. 2 kelereng dimasukkan ke toples tabung menyentuh semua sisi. Tara berpendapat luas toples sama dengan gabungan luas 2 kelereng. Benar atau salah?

Jawaban:

a. Penalaran Intuitif (*Ways of Thinking - Globality*):

Siswa melihat bentuk geometri secara utuh (*global*), menyadari bahwa toples tabung memiliki komponen tambahan berupa tutup dan alas tabung yang membuat luasnya secara keseluruhan lebih besar dari sekadar permukaan 2 kelereng.

b. Pembuktian Formal (*Ways of Understanding*):

Pendapat Tara salah, di mana:

$$L_{\text{gabungan 2 kelereng}} = 2 \times (4\pi r^2) = 8\pi r^2.$$

$$L_{\text{toples (luas total)}} = 2\pi r(r + t) = 2\pi r(r + 4r) = 10\pi r^2.$$

Maka, luas toples ($10\pi r^2$) lebih besar dari gabungan luas kelereng ($8\pi r^2$).



Lampiran 4. d. Lembar Refleksi



Refleksi Belajar Yukkk!



Nama:

Kelas:

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!



Gampang Bangett



Tadi agak mikir sih..



Pusing tapi seru kok



Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini? 

Soal nomor berapa yang membingungkan? 

Komentar untuk Mentor:





Setiap langkah kecil adalah bagian dari perjalanan besar.
Terima kasih sudah berusaha hari ini!

Lampiran 4. e. Hasil Refleksi Siswa

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

kayanya pernah, tapi
gatalalu ingat.

Hal yang masih Membbingungkan:

Soal no 5 si...
agak mikir rumusnya
harus mikir hubungan lp
bola dgn luas selimut
tabung.

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

BELUM.
Soal ini Sangat seru dan
menarik

Hal yang masih Membbingungkan:

NOTHING.
Semuanya disampaikan
dengan jelas.

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

Udah, tapi nalar yang
masih harus pake rumus
alau pun nalar yang
sudah pasti jawabannya
tanpa membuat alasan.

Hal yang masih Membbingungkan:

No 5, karena di soal
bicangnya hal termudah
untuk mengetahui
luas selimut, namun
menurut saya gaada cara
q benar? mudah untuk cari selimut
gak

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

Sudah

Hal yang masih Membbingungkan:

Soal no 4 bikin pusing
bangee karena ga paham
kali sama konsep
soalnya

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

pernah, tapi itu di sd
kalah tidak salah

Hal yang masih Membbingungkan:

sepertinya soal no. 1
tadi agak susah karena
harus menghitung
volume bola biliar dengan
air yang tumpah

Gimana perasaanmu setelah jawab soal tadi?
Lingkari emoji yang paling mewakili ya!

Gampang Bangett Tadi agak mikir sih.. Pusing tapi seru kok Nebak aja hehe..

Sebelumnya sudah pernah mengerjakan soal seperti ini?

Sudah, tapi sudah lumayan
lama.

Hal yang masih Membbingungkan:

menurut saya, kalau saya
bisa menemukan kaitan antara
kedua bangun ruang yang
ada di soal, saya bisa
mengerjakan soal tersebut dg tepat
saya terkendala di bagian itu.

Lampiran 4. f. Lembar Observasi

**LEMBAR OBSERVASI AKTIVITAS SISWA DALAM PENELITIAN
PROSES BERPIKIR INTUITIF MATERI BANGUN RUANG SISI
LENGKUNG (BRSL)**

Hari/Tanggal : Selasa / 3 - Februari 2016 Kelas : IX - 11 TPM I

Berilah tanda ceklis (✓) pada kolom yang sesuai dengan perilaku siswa selama tes berlangsung.

No	Aspek yang di amati	Ada	Tidak	Catatan Pengamatan
1	Siswa langsung menulis jawaban tanpa coret-coret rumus, atau hanya menulis angka-angka kecil sebagai jembatan ingatan.	✓	✓	Ada beberapa siswa yang masih mengerjakan coretan.
2	Siswa tidak ragu (jarang menghapus), tidak menoleh ke teman, dan ekspresi wajahnya terlihat tenang/fokus.	✓		Siswa terlihat fokus pada kertas soal.
3	Siswa menggerakkan tangan seolah membayangkan bangun ruang (misal: memutar tangan atau mengukur tinggi di udara).	✓		Siswa sesekali membayangkan gambar dan menggerakkan tangan untuk visualisasi gambar.
4	Siswa memandang gambar soal cukup lama, lalu tiba-tiba seperti mendapat ide dan langsung menulis.	✓		Beberapa siswa memandang soal dan cukup lama.
5	Siswa menyelesaikan soal jauh lebih awal dari waktu normal atau bekerja dengan alur yang sangat lancar tanpa jeda berpikir lama.	✓		Ada siswa yang merasa yakin dan jawabannya dan menyelesaikan soal dan cepat.
6	Siswa terlihat membuat kesimpulan cepat hanya dengan membandingkan dua gambar.	✓		Siswa dapat menyimpulkan hanya dan membandingkan gambar.
7	Muncul gumaman spontan, mengangguk-angguk sendiri, atau tersenyum setelah melihat soal.	✓		Ada beberapa siswa yang spontan mengangguk bahwa soal sulit.

Lampiran 4. g. Pedoman Penskoran Tes Penalaran Matematika (TPM)

Skor	Kriteria Penilaian	Respon Siswa
5	Sempurna	Jika siswa menunjukkan proses berpikir intuitif (<i>Ways of Thinking</i>) yang sangat matang dan akurat. <i>Ways of Understanding</i> (jawaban tertulis) yang ditunjukkan benar sepenuhnya, langkah penyelesaian runtut, logis, dan tidak ada kesalahan konsep maupun perhitungan.
4	Baik	Jika siswa menunjukkan <i>Ways of Thinking</i> yang mengarah pada solusi yang tepat. <i>Ways of Understanding</i> tertulis hampir sempurna, namun terdapat sedikit kekeliruan perhitungan akhir atau penyederhanaan yang kurang tuntas.
3	Cukup	Jika siswa menunjukkan <i>Ways of Thinking</i> yang bersifat transisi/parsial (mampu menemukan ide dasar secara intuitif tapi ragu-ragu). <i>Ways of Understanding</i> tertulis memuat konsep dasar yang benar tetapi alur pembuktian belum lengkap.
2	Kurang Baik	Jika siswa menunjukkan <i>Ways of Thinking</i> yang didominasi bias visual/kekeliruan persepsi awal. <i>Ways of Understanding</i> tertulis hanya memuat sedikit langkah yang benar atau terhenti di awal perencanaan.
1	Sangat Kurang	Siswa mencoba menjawab, namun <i>Ways of Thinking</i> dan <i>Ways of Understanding</i> salah secara total (hanya menuliskan ulang angka dari soal atau menggunakan rumus kaku yang tidak relevan sama sekali).
0	Tidak Ada Respon	Jika siswa terlihat mengumpulkan lembar jawaban kosong atau siswa tidak memberikan respon apapun.

Lampiran 4. h. Lembar Wawancara

Teori	Indikator	Kriteria Operasional	Pertanyaan
Berpikir Intutif	Kognisi Langung (<i>Self Evident</i>)	Siswa tidak merasa perlu memverifikasi rumus dan langsung menetapkan jawaban tanpa jeda berpikir lama (<10 detik). Siswa percaya bahwa hubungan antara volume bola dan air yang mengalir adalah kebenaran yang “sudah semestinya.”	“Pada soal tersebut, mengapa kamu merasa tidak perlu menghitung volumenya satu per satu? Apa yang membuat kamu merasa bahwa jawaban kamu itu benar?”
	Kepastian Intrinsik (<i>Intrinsic Certainty</i>)	Meskipun peneliti bertanya, “apakah kamu yakin?,” siswa menunjukkan keyakinan penuh tanpa ragu dan tidak terpengaruh. Siswa menganggap jawaban yang diberikan adalah jawaban pasti dan mutlak untuk volume kerucut tersebut.	“Seberapa yakin kamu bahwa volume kerucut Dina tetap sama? Jika saya katakan hasilnya mungkin berbeda, apakah kamu akan tetap pada jawabanmu? Mengapa?”
	Ketegasan (<i>Coerciveness</i>)	Siswa sulit menerima pendapat yang berbeda karena konsep mereka bersifat memaksa. Hal ini akan terlihat dalam kasus di mana mereka mempertahankan jawaban mereka meskipun diberi logika pembandingan.	“Jika ada teman kamu yang sangat setuju dengan pendapat Tiara karena tabungnya lebih tinggi, apakah kamu akan setuju atau tetap pada jawabanmu?” “Apa yang membuatmu begitu yakin mempertahankan pendapat tersebut? Apakah menurutmu tidak ada kemungkinan lain selain logika yang kamu gunakan?”
	Kemampuan Extrapolatif (<i>Extrapolativeness</i>)	Siswa secara aktif mengisi celah informasi yang hilang dengan membuat asumsi mandiri atau manipulasi variabel (misal: memberikan nilai angka pada tinggi tumpukan pasir yang tidak diketahui di soal)	“Pada soal tumpukan pasir, tingginya kan tidak disebutkan secara angka. Bagaimana cara kamu tadi menduga apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?”
	Keseluruhan (<i>Globality</i>)	Siswa tidak terjebak pada detail angka, melainkan langsung melihat struktur hubungan antar bangun ruang (misal: melihat 3 bola sebagai satu kesatuan tinggi tabung) untuk menemukan langkah tercepat.	“Bisakah kamu jelaskan hubungan antara luas bola dengan selimut tabung tanpa harus menghitung satu per satu?” “Bagaimana kamu melihat pola besarnya?”

<i>Ways of Understanding (WoU)</i>	Produk Aksi Mental (<i>Product of Mental Act</i>)	Kemampuan siswa untuk menjelaskan atau memahami istilah geometri yang digunakan dalam soal (misalnya, arti menyentuh dinding samping secara tepat).	“Apa maksud dari kalimat bola menyentuh dinding samping secara tepat dalam pemahamanmu? Bagaimana itu membantu kamu menjawab soal?”
<i>Ways of Thinking (WoT)</i>	Karakter Aksi Mental (<i>Character of Mental Act</i>)	Peneliti mengamati karakter penalaran yang digunakan siswa, apakah cenderung menggunakan logika visual, analogi, atau generalisasi rumus ketika memecahkan masalah	“Mengapa kamu memilih untuk memisalkan angka tertentu saat datanya tidak lengkap? Apakah cara berpikir seperti itu selalu kamu gunakan? atau apakah cara ini memudahkan kamu menyelesaikan soal?”



Lampiran 4. i. Lembar Hasil Rekapitulasi Perbandingan Jawaban Siswa

a. Temuan Analisis Data S₁LT

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
1. Self Evident (Kognisi Langsung): Siswa mampu memberikan ide, dugaan, atau jawaban awal secara spontan dan cepat tanpa harus mengambil langkah penalaran deduktif yang panjang.	 a). Bayangkan kamu mempunyai gelas berbentuk tabung yang penuh berisi air. Lalu, kamu masukkan sebuah bola billiard ke dalam gelas itu sehingga menyentuh semua sisi gelas. Pasti ada yang tumpah keluar kan? Nah, menurutmu mana yang lebih banyak volumenya. Bola yang masuk atau air yang tumpah? Tuliskan jawaban yang pertama kali terlintas dipikiranmu!  b). Ada dua wadah, satu gelas berisi air sampai penuh, satu lagi mengukuk kosong. Kamu memasukkan jeruk ke dalam gelas sampai airnya tumpah dan semua tumpahannya tertampung di mangkuk, mana yang menurutmu terlihat lebih besar volumenya.	1. Memahami volume sebagai kesetaraan ruang yang konstan.	1. Melakukan abstraksi struktural terhadap prinsip perpindahan volume tanpa melalui prosedur algoritma.	1. <i>“Volume masuk sama dengan volume yang keluar, kan ngambil tempat jadinya kak”</i>

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
2. Intrinsic Certainty (Kepastian Intrinsik): Siswa menyatakan rasa yakin yang kuat terhadap ide atau informasi yang diperolehnya, tanpa merasa perlu untuk membuktikan atau mengecek ulang secara formal.	 a). Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina?  b). Sebuah pabrik es krim ingin mengubah ukuran cone mereka yang berbentuk kerucut. Jari-jarinya dibuat setengah lebih kecil, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat lebih tinggi. Menurutmu, apakah wadah baru itu akan memuat es krim lebih banyak atau tetap sama dengan wadah lama? Berikan alasanmu!	2. Memahami hubungan antara jari-jari dan volume secara kuadratik.	2. Menggunakan skema rumus formal untuk menganalisis perubahan.	2. <i>“Enggak kak, t itu ga kuadrat dan lebih berpengaruh r karena r pangkat 2 sedangkan t pangkat 1”</i>
3. Coerciveness (Ketegasan): Siswa secara konsisten mempertahankan ide awalnya dan tidak mudah dipengaruhi atau berubah pikiran meskipun diberikan pertanyaan pemancing yang dapat membingungkan oleh peneliti.	 a). Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?  b). Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung X dibuat tinggi. Tabung Y	3. Memahami hubungan antara jari-jari dan volume secara kuadratik.	3. Melakukan abstraksi hubungan luas secara logis.	3. <i>“Tinggi gabisa jadi patokan utama kak karena, logikanyaa volume tabung itu dipengaruhi oleh r dan t dan sangat bergantung terhadap r”</i>

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
	dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung X akan menampung pasir lebih banyak. Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?			
4. Extrapolativeness (Kemampuan Ekstrapolatif): Siswa mampu membuat asumsi logis atau menentukan besaran yang tidak tertera secara eksplisit di soal.	 a). Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari jari 6m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?  b). Sebuah tangki besi berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangka bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut? a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya kekecilan. b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung. c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.	4. Memahami relasi proporsional tetap antara volume bangun ruang tabung dan kerucut (1:3).	4. Menggeneralisasi hukum volume tanpa keraguan visual.	4. “Kerucut dan tabung jika memiliki r dan t yang sama maka perbandingan volume 1:3, jika tingginya dibuat 2 kali lipat, maka perbandingannya 2:3 jadinya, minyak akan tumpah”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
5. Globality (Keseluruhan): Siswa menunjukkan pemahaman masalah secara menyeluruh dan mampu merangkum atau membuat sketsa awal yang menghubungkan semua data yang relevan.	 a). Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut?  b). Tara memasukkan dua kelereng ke dalam toples berbentuk tabung sehingga kelereng menyentuh setiap sisi toples. Tara berpendapat bahwa luas dari toples itu pasti sama dengan gabungan dari luas 2 kelereng itu. Apakah pendapat Tara benar atau salah. Berikan alasanmu!	5. Memahami konsep Luas Permukaan Bola ($4\pi r^2$) dengan Luas Selimut Tabung ($2\pi r t$) dengan menyadari bahwa $t = 3 \times \text{diameter}$.	5. Membangun sistem hubungan antar variabel secara sistematis.	5. <i>“Tinggi tabung sama aja kayak 3 kali diameter bolanya”</i>

b. Temuan Analisis Data S₂PS

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
1. <i>Self Evident</i> (Kognisi Langsung): Siswa mampu memberikan ide, dugaan, atau jawaban awal secara spontan dan cepat tanpa harus mengambil langkah penalaran deduktif yang panjang.	 a). Bayangkan kamu mempunyai gelas berbentuk tabung yang penuh berisi air. Lalu, kamu masukkan sebuah bola billiard ke dalam gelas itu sehingga menyentuh semua sisi gelas. Pasti ada yang tumpah keluar kan? Nah, menurutmu mana yang lebih banyak volumenya. Bola yang masuk atau air yang tumpah? Tuliskan jawaban yang pertama kali terlintas dipikiranmu!  b). Ada dua wadah, satu gelas berisi air sampai penuh, satu lagi menguk kosong. Kamu memasukkan jeruk ke dalam gelas sampai airnya tumpah dan semua tumpahannya tertampung di mangkuk, mana yang menurutmu terlihat lebih besar volumenya.	1. Memahami volume tetap namun gagal fokus karena terkecoh dengan objek yang lain.	1. Berpikir praktis operasional (fokus pada gangguan fisik)	1. “Soal di TPM I airnya hanya tumpah keluar sedangkan TPM II airnya tu ngerembes ke dua arah, ada yang ngerembes ke arah lain ga full masuk ke mangkoknya”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
2. Intrinsic Certainty (Kepastian Intrinsik): Siswa menyatakan rasa yakin yang kuat terhadap ide atau informasi yang diperolehnya, tanpa merasa perlu untuk membuktikan atau mengecek ulang secara formal.	 a). Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina?  b). Sebuah pabrik es krim ingin mengubah ukuran cone mereka yang berbentuk kerucut. Jari-jarinya dibuat setengah lebih kecil, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat lebih tinggi. Menurutmu, apakah wadah baru itu akan memuat es krim lebih banyak atau tetap sama dengan wadah lama? Berikan alasanmu!	2. Memahami volume melalui verifikasi pembuktian rumus secara eksplisit.	2. Memerlukan perhitungan prosedural untuk mencari kepastian yang logis.	2. “<i>Saya menghitungnya pakai angka dan rumus karena, saya butuh nilai yang pasti, kalau gak pakai pembuktian nanti bisa aja tiba-tiba berubah pikiran</i>”
3. Coerciveness (Ketegasan): Siswa secara konsisten mempertahankan ide awalnya dan tidak mudah dipengaruhi atau berubah pikiran meskipun diberikan pertanyaan pemancing yang dapat membingungkan oleh peneliti.	 a). Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?  b). Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung X dibuat tinggi. Tabung Y	3. Menyimpulkan bahwa volume itu sama karena material yang digunakan itu sama.	3. Terjebak di dalam ilusi kesamaan visual material.	3. “<i>Gatau sih kak soalnya saya cuma bayangin gambar aja karena menurut saya pasti akan sama aja kan kawat yang dipakai itu sama</i>”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
	dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung X akan menampung pasir lebih banyak. Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?			
4. Extrapolativeness (Kemampuan Ekstrapolatif): Siswa mampu membuat asumsi logis atau menentukan besaran yang tidak tertera secara eksplisit di soal.	 a). Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari jari 6m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?  b). Sebuah tangki besin berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangka bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut? a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya kekecilan. b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung. c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.	4. Memerlukan pembuktian agar dapat memahami hubungan volume antar bangun ruang.	4. Menciptakan data baru untuk memvalidasi keraguannya.	4. “Disini saya sudah membuktikannya pakai angka”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
5. Globality (Keseluruhan): Siswa menunjukkan pemahaman masalah secara menyeluruh dan mampu merangkum atau membuat sketsa awal yang menghubungkan semua data yang relevan.	 a). Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut?  b). Tara memasukkan dua kelereng kedalam toples berbentuk tabung sehingga kelereng menyentuh setiap sisi toples. Tara berpendapat bahwa luas dari toples itu pastis ama dengan gabungan dari luas 2 kelereng itu. Apakah pendapat Tara benar atau salah. Berikan alasanmu!	5. Menganalisis dan mempraktikkan simulasi visual objek fisik untuk memperoleh pemahaman yang lebih luas.	5. Melakukan simulasi mental visual dengan mengupas kulit bola.	5. <i>“Banyangin aja kalau misalkan kita kupas kulit bola pasti akan menutupi seluruh selimut tabung”</i>

c. Temuan Analisis Data S₃LR

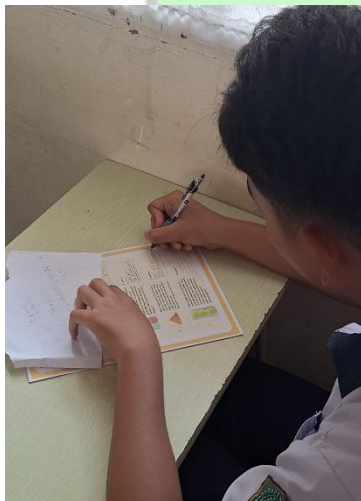
Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
1. <i>Self Evident (Kognisi Langsung)</i> : Siswa mampu memberikan ide, dugaan, atau jawaban awal secara spontan dan cepat tanpa harus mengambil langkah penalaran deduktif yang panjang.	a). Bayangkan kamu mempunyai gelas berbentuk tabung yang penuh berisi air. Lalu, kamu masukkan sebuah bola billiard ke dalam gelas itu sehingga menyentuh semua sisi gelas. Pasti ada yang tumpah keluar kan? Nah, menurutmu mana yang lebih banyak volumenya. Bola yang masuk atau air yang tumpah? Tuliskan jawaban yang pertama kali terlintas dipikiranmu! b). Ada dua wadah, satu gelas berisi air sampai penuh, satu lagi menguk kosong. Kamu memasukkan jeruk ke dalam gelas sampai airnya tumpah dan semua tumpahannya tertampung di mangkuk, mana yang menurutmu terlihat lebih besar volumenya.	1. Memahami volume berdasarkan dominasi berat benda	1. Melakukan penalaran proporsional yang keliru tentang massa dibandingkan ruang.	1. <i>“Bola dan jeruk itu berat, logikanya jika bola dimasukkan ke dalam air pastinya air itu akan tumpah karena, ada hukum Archimedes disitu”</i>

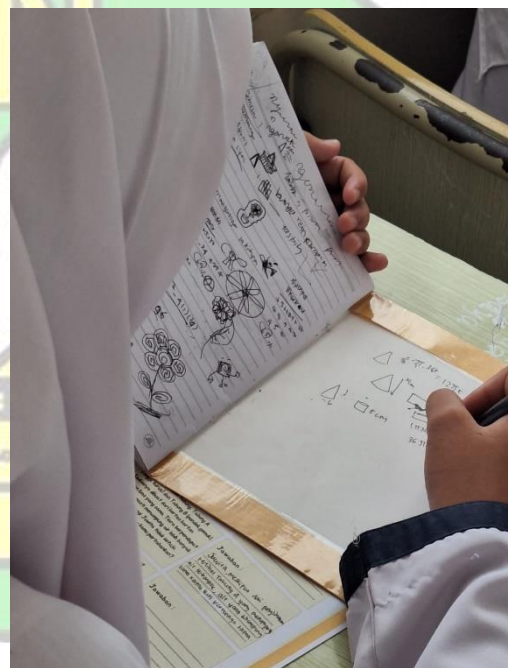
Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
2. Intrinsic Certainty (Kepastian Intrinsik): Siswa menyatakan rasa yakin yang kuat terhadap ide atau informasi yang diperolehnya, tanpa merasa perlu untuk membuktikan atau mengecek ulang secara formal.	 a). Dina memiliki sebuah cetakan nasi tumpeng berbentuk kerucut. Ia ingin membuat tumpeng baru yang lebarnya (r) 2 kali lebih besar, tapi tingginya dibuat hanya setengah dari tinggi semula. Dina mengira jumlah nasi yang dibutuhkan akan tetap sama. Benarkah anggapan Dina?  b). Sebuah pabrik es krim ingin mengubah ukuran cone mereka yang berbentuk kerucut. Jari-jarinya dibuat setengah lebih kecil, tapi tingginya dibuat 4 kali lipat lebih tinggi. Menurutmu, apakah wadah baru itu akan memuat es krim lebih banyak atau tetap sama dengan wadah lama? Berikan alasanmu!	2. Memahami volume hanya dalam satu dimensi (tinggi) visual	2. Berpikir secara fragmentaris dan hanya berfokus pada visual yang mencolok.	2. “Semakin tinggi semakin banyak es krim yang akan muat”
3. Coerciveness (Ketegasan): Siswa secara konsisten mempertahankan ide awalnya dan tidak mudah dipengaruhi atau berubah pikiran meskipun diberikan pertanyaan pemancing yang dapat membingungkan oleh peneliti.	 a). Diberikan dua buah tabung. Tabung A (tinggi, kurus) dan Tabung B (pendek, gemuk). Keduanya dibuat dari kertas karton dengan luas yang sama. Tiara berpendapat Tabung A pasti menampung air lebih banyak karena lebih tinggi. Juwita tidak setuju. Pendapat siapa yang kamu pertahankan? Mengapa?  b). Ayah memiliki kawat dan memotongnya menjadi dua panjang yang sama untuk membuat kerangka dua tabung. Tabung X dibuat tinggi. Tabung Y	3. Memahami volume melalui verifikasi angka dan membayangkan visual untuk melawan spekulasi.	3. Membayangkan visual dan melakukan permisalan angka untuk membuktikan keyakinan	3. “Gatau sih pastinya, tapi saya buat perbandingan angka”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
	dibuat lebar. Ayah mengira jika keduanya diberi alas dan tutup maka tabung X akan menampung pasir lebih banyak. Apakah kamu setuju dengan pendapat ayah atau kamu punya pendapat sendiri?			
4. Extrapolativeness (Kemampuan Ekstrapolatif): Siswa mampu membuat asumsi logis atau menentukan besaran yang tidak tertera secara eksplisit di soal.	 a). Sebuah tumpukan pasir berbentuk kerucut dengan jari jari 6m. Jika tumpukan itu ingin dipindahkan ke dalam sebuah wadah tabung dengan jari jari yang sama, namun tinggi wadah tabung tersebut 5 cm lebih pendek dari tumpukan pasir. Apa yang akan terjadi pada pasir tersebut?  b). Sebuah tangki besin berbentuk tabung penuh berisi minyak. Minyak tersebut akan dipindahkan seluruhnya ke dalam wadah kosong berbentuk kerucut. Jari jarinya sama, tapi kerucutnya dibuat 2 kali lipat lebih tinggi dari tangka bensin itu. Apa yang akan terjadi pada minyak tersebut? a. Minyaknya tumpah karena kerucutnya kekecilan. b. Minyaknya pas memenuhi kerucut sampai ke ujung. c. Minyaknya tidak tumpah dan kerucutnya masih belum penuh.	4. Memahami hubungan volume dengan membayangkan bentuk visual dan menggunakan bukti numerik.	4. Melakukan ekstrapolasi data menggunakan permisalan angka imajiner.	4. “Yang pertama saya gak lihat r cuma bayangin aja, kalau yang kedua ada karena kan hitungnya pakai angka”

Karateristik Intuisi	Indikator Soal	Aksi Mental		Representasi Kognisi Intuitif
		Ways of Understanding	Ways of Thinking	
5. Globality (Keseluruhan): Siswa menunjukkan pemahaman masalah secara menyeluruh dan mampu merangkum atau membuat sketsa awal yang menghubungkan semua data yang relevan.	 a). Syintia memiliki tiga buah bola tenis dan dimasukkan ke dalam tabung silinder secara bertumpuk sehingga bola menyentuh dinding dan tutup tabung. Jika Syintia tahu luas permukaan satu bola, bagaimana langkah tercepat Syintia untuk mengetahui luas selimut tabung tersebut?  b). Tara memasukkan dua kelereng ke dalam toples berbentuk tabung sehingga kelereng menyentuh setiap sisi toples. Tara berpendapat bahwa luas dari toples itu pastis ama dengan gabungan dari luas 2 kelereng itu. Apakah pendapat Tara benar atau salah. Berikan alasanmu!	5. Memahami luas sebagai total jumlah objek secara keseluruhan.	5. Melakukan abstraksi struktural dengan generalisasi prinsip formal.	5. <i>“Sama saja kayak TPM I, ditumpuk dan dikalikan”</i>

Lampiran 5. Dokumentasi





Lampiran 6. Riwayat Hidup Penulis

DAFTAR RIWAYAT HIDUP**DATA PRIBADI**

Nama Lengkap : Andina Lestari
 Tempat, Tanggal Lahir : Pulo Pisang, 30 Agustus 2004
 Jenis Kelamin : Perempuan
 Status : Belum Menikah
 Umur : 22 Tahun
 Alamat : Jalan Sigli Garot, Gampong Pulo Pisang
 No.HP : 0813-7638-1163
 Nama Orang Tua
 Ayah : Harris
 Ibu : Fardiati
 Email : andinalestari011219@gmail.com

RIWAYAT PENDIDIKAN

- SDN NEGERI 1 PIDIE Tahun 2010
- SMP NEGERI 1 SIGLI Tahun 2016
- SMA NEGERI 1 SIGLI Tahun 2019
- Pendidikan Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh Tahun 2022