

ANALISIS *WAYS OF THINKING* (WoT) DAN *WAYS OF UNDERSTANDING* (WoU) DALAM MEMAHAMI KONSEP LINGKARAN PADA SISWA MTsN

SKRIPSI

Diajukan Oleh:

**Dhia Rahidatul Aisy
NIM : 220205081**

**Mahasiswi Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh**



**FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI AR-RANIRY
BANDA ACEH
2026 M/1448 H**

ANALISIS *WAYS OF THINKING* (WOT) DAN *WAYS OF UNDERSTANDING* (WOU) DALAM MEMAHAMI KONSEP LINGKARAN PADA SISWA MTsN

SKRIPSI

Telah Disetujui dan Diajukan Pada Sidang Munaqasyah Skripsi
Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memproleh Gelar Sarjana
Bidang Pendidikan Matematika

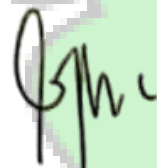
Oleh

Dhia Rahidatul Aisy
NIM: 220205081

Mahasiswi Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh

Disetujui oleh:

Pembimbing



Dr. Alvub, S.Ag., M.Pd.

NIP. 197403032000121003

Ketua Program Studi

Pendidikan Matematika



Dr. H. Nuralam, M.Pd.

NIP. 196811221995121001

ANALISIS *WAYS OF THINKING* (WoT) DAN *WAYS OF UNDERSTANDING* (WoU) DALAM MEMAHAMI KONSEP LINGKARAN PADA SISWA MTsN

SKRIPSI

Telah Diuji dan Dipertahankan di Depan Tim Penguji Munaqasyah Skripsi
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Bidang Pendidikan Matematika

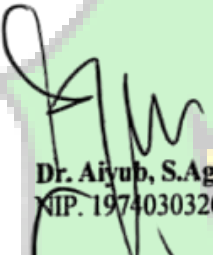
Pada Hari/Tanggal

Rabu, 12 Agustus 2026
28 Safar 1448H

Tim Penguji Munaqasyah Skripsi

Ketua,

Sekretaris,


Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd.
NIP. 197403032000121003


Khairina, M.Pd.
NIP. 198903102020122012

Penguji I,

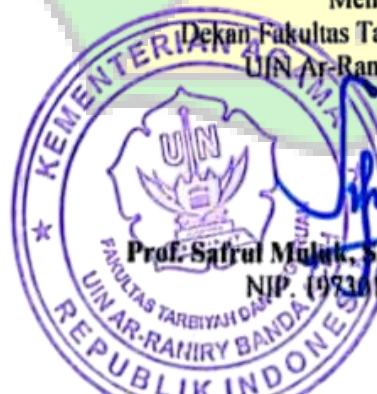
Penguji II,


Drs. Lukman Ibrahim, M.Pd.
NIP. 196403211989031003


Khusnul Safrina, M.Pd.
NIP. 198709012023212048

Mengetahui,

Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
UIN Ar-Raniry Banda Aceh



Prof. Saiful Mukti, S. Ag., M.A., M.Ed., Ph.D.
NIP. 19731021997031003

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN KARYA ILMIAH/SKRIPSI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dhia Rahidatul Aisy

NIM : 220205081

Prodi : Guruan Matematika

Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Judul Skripsi : Analisis *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU) Dalam Memahami Konsep Lingkaran Pada Siswa MTsN

Dengan ini menyatakan bahwa dalam penulisan skripsi ini, saya:

1. Tidak menggunakan ide orang lain tanpa mampu mengembangkan dan mempertanggungjawabkan;
2. Tidak melakukan plagiasi terhadap naskah orang lain;
3. Tidak menggunakan karya orang lain tanpa menyebutkan sumber asli atau tanpa izin pemilik karya;
4. Tidak memanipulasi dan memalsukan data;
5. Mengerjakan sendiri karya ini dan mampu bertanggung jawab atas karya ini.

Bila dikemudian hari ada tuntutan dari pihak lain atas karya saya dan telah melalui pembuktian yang dipertanggung jawabkan dan ternyata memang ditemukan bukti bahwa saya telah melanggar pernyataan ini, maka saya dikenai sanksi berdasarkan aturan yang berlaku di Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya dan tanpa paksaan dari pihak manapun.

Banda Aceh, 24 Agustus 2026
Yang Menyatakan,



Dhia Rahidatul Aisy
NIM. 220205081

ABSTRAK

Nama : Dhia Rahidatul Aisy
NIM : 220205081
Fakultas/Prodi : Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh/Guruan Matematika
Judul : Analisis *Ways of Thinking* (WoT) Dan *Ways of Understanding* (WoU) Dalam Memahami Konsep Lingkaran Pada Siswa MTsN
Pembimbing : Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd.
Kata Kunci : Pemahaman Konsep Matematis, *Ways of Thinking*, *Ways of Understanding*, Lingkaran, Teori Harel.

Pemahaman konsep matematis merupakan fondasi kognitif yang menentukan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, termasuk pada materi lingkaran yang menuntut pemahaman relasional antar unsur, bukan sekadar hafalan rumus. Namun, fenomena di lapangan menunjukkan bahwa pemahaman konsep matematis siswa saat ini masih rendah. Siswa cenderung terjebak pada kebiasaan menghafal rumus secara mekanis dan kesulitan ketika dihadapkan pada masalah yang membutuhkan pemahaman konseptual yang mendalam. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis karakteristik *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU) siswa dalam memahami konsep lingkaran. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan subjek tiga siswa kelas VIII-10 di salah satu Madrasah Tsanawiyah di Kabupaten Pidie yang dipilih secara purposive sampling untuk mewakili kategori kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Data dikumpulkan melalui tes uraian pemahaman konsep dan wawancara semi-terstruktur, kemudian dianalisis menggunakan model interaktif Miles dan Huberman serta divalidasi melalui triangulasi teknik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 31 siswa yang mengikuti tes, 45% berada pada kategori kemampuan rendah, 32% sedang, dan 23% tinggi. Siswa berkemampuan tinggi menunjukkan WoU relasional-konseptual yang dilandasi WoT rekonstruktif-struktural dan penalaran transformasional. Siswa berkemampuan sedang menunjukkan WoU prosedural-parsial yang rentan miskonsepsi substitusi, dilandasi WoT algoritmik yang kaku dan penalaran tidak konsisten. Siswa berkemampuan rendah menunjukkan WoU superfisial dan terfragmentasi yang dilandasi WoT berbasis kata kunci (keyword-driven thinking) serta skema pembuktian otoritatif. Temuan ini menegaskan adanya hubungan dualitas yang kuat antara WoT dan WoU sebagaimana dikemukakan Harel, sehingga pembelajaran matematika perlu dirancang untuk mengembangkan kedua aspek tersebut secara bersamaan guna memperkuat pemahaman konsep matematis siswa pada materi geometri.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan judul “**Analisis *Ways of Thinking (WoT)* Dan *Ways of Understanding (WoU)* Dalam Memahami Konsep Lingkaran Pada Siswa MTsN**”. Shalawat dan salam tidak lupa kita sampaikan kepada Baginda Rasulullah SAW yang telah membawa manusia dari zaman jahiliyyah ke zaman yang penuh dengan ilmu pengetahuan.

Diantara seluruh halaman dalam skripsi ini, lembar ini adalah halaman yang paling bermakna, karena disinilah penulis menitipkan rasa terimakasih yang tidak mampu terucap oleh kata-kata. Bismillahirrahmanirrahim, skripsi ini penulis sembahkan kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Safrul Muluk, S.Ag., M.A., M.Ed., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh.
2. Bapak Dr. H. Nuralam, M.Pd. selaku ketua Program Studi Guruan Matematika UIN Ar-Raniry Banda Aceh serta seluruh Bapak/Ibu Dosen Guruan Matematika yang telah memberikan pengetahuan yang sangat bermanfaat selama masa perkuliahan.
3. Bapak Dr. Aiyub, S.Ag., M.Pd. selaku Dosen Pembimbing penulis, yang telah banyak membantu, memberikan ilmu serta meluangkan waktu, ide, dan kesabaran dalam membimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
4. Ibu Maulidiya, S.Pd.I., M.Pd. selaku Dosen Penasehat Akademik penulis, yang telah banyak membantu, serta memberikan motivasi dan pendampingan akademisnya selama masa studi penulis di Universitas Islam Negeri (UIN) Ar-Raniry Banda Aceh.

5. Kepala sekolah MTsN 5 Pidie beserta stafnya dan guru-guru, khususnya Khairunnisa, S.Pd., selaku guru matematika yang telah memberi izin kepada penulis untuk melakukan penelitian ini.
6. Kedua orang tua tercinta, bapak Bustami MS dan Ibu Mardhiah, yang dengan ketulusan, kesabaran, dan kasih sayang tak terhitung telah membimbing penulis sejak masa kecil hingga mencapai bangku perguruan tinggi. Terima kasih atas setiap doa yang dipanjatkan, setiap nasihat yang diberikan, dan setiap pengorbanan yang mengiringi langkah penulis hingga mampu menyelesaikan skripsi dan meraih gelar sarjana. Terima kasih pula atas cintanya yang tidak pernah berkurang dan dukungan yang tidak pernah berhenti menguatkan penulis sepanjang perjalanan Guruan ini. Skripsi ini penulis persembahkan sebagai bentuk rasa terima kasih dan kebanggaan penulis kepada Ayah dan Mamak.
7. Abang-abang penulis, Rifqy Maulana dan Mohd Aufar serta kakak ipar penulis, Riskia Miranti. Terima kasih atas dukungan dan bantuan pada setiap langkah penulis, terima kasih untuk semangat yang diberikan selama proses penyusunan skripsi ini. Tak lupa kepada adik penulis satu-satunya, Ubaidillah. Terima kasih atas semangat dan kebersamaan yang selalu menguatkan. Dukungan kalian menjadi bagian penting dari terselesainya studi ini.
8. Sahabat seperjuangan semasa perkuliahan di Program Studi Guruan Matematika yang wujudnya serta kenangannya tidak bisa penulis deskripsikan satu per-satu. Atas nama Annisa Aulia Pohan, Cut Agustria, Indah Hasanah, Nuril Azmi Rifqah Munthe, Raudhiatuz Zahra Ramadhani, Rauzatul Munawarah dan Tina Maulina. Terima kasih sebesar-besarnya untuk kehadiran dan waktunya. Segala canda, tawa, suka, sedih, dan diskusi larut malam menjadi bagian dari perjuangan yang tidak terasa sendiri. Bersama kalian, hari-hari kampus berubah menjadi cerita yang layak dikenang. Penulis merasa sangat bersyukur dipertemukan oleh orang yang tulus, setia, dan ceria seperti kalian. Terima kasih telah bertahan di sisi penulis di kala banyak masalah yang

dihadapi bersama. Kalian bukan sekedar teman, tapi bagian dari perjalanan yang akan selalu hidup dalam ingatan penulis.

9. Kak Sipa dan Sabil, dua orang terpenting yang telah menemani setiap fase perjalanan ini. Terima kasih karena selalu hadir, bukan hanya dalam kebahagiaan, tetapi juga di saat penulis merasa lelah, ragu, dan hampir menyerah. Kehadiran yang menjadi tempat untuk bercerita, berbagi keluh kesah, serta memberikan semangat dalam setiap proses yang dilalui. Semoga segala kebaikan, ketulusan, dan dukungan yang telah diberikan mendapatkan balasan terbaik serta keberkahan dalam setiap perjalanan hidup kalian.
10. Lala, Putro, Ula, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kalian bertiga. Kalian bukan sekedar sahabat tapi sebagai keluarga yang selalu setia mendengar keluh kesah penulis dan selalu ada di setiap suka maupun duka. Dukungan, canda tawa, dan motivasi yang kalian berikan menjadi energi positif yang luar biasa bagi penulis untuk bisa bangkit dan terus berjuang menyelesaikan karya ini. Semoga kita semua bisa segera menggapai mimpi dan cita-cita kita masing-masing.
11. Terakhir, ucapan terima kasih kepada diriku sendiri, Dhia Rahidatul Aisy. Terima kasih atas perjalanan panjang yang telah dilalui sampai sejauh ini, banyak proses yang sudah dilalui yang mungkin tidak banyak terlihat oleh orang lain. Banyak air mata, banyak lelah dan keluh kesah yang dipendam sendiri. Terima kasih kepada hati untuk selalu tabah dan ikhlas meski cobaan datang seiring berganti. Bangga untuk setiap langkah kecil yang kau ambil, walau terkadang harapanmu tidak sesuai dengan apa yang semesta berikan. Skripsi ini mungkin tidak sempurna, tetapi proses ini menjadi pengalaman yang penuh makna, dan skripsi ini bukti perjuangan nyata yang patut dibanggakan. Selamat berpetualang di level kehidupan selanjutnya, selamat menjalani fase dimana *you not found anyone who can help your life*. Berbahagialah selalu untuk diriku sendiri.

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dan kesalahan, serta jauh dari kata sempurna. Hal ini disebabkan oleh kurangnya ilmu dan pengetahuan yang penulis miliki. Oleh karena itu penulismengharapkan kritik dan saran yang dapat membantu untuk memperbaiki skripsi ini.

Banda Aceh, 7 Agustus 2026

Penulis,

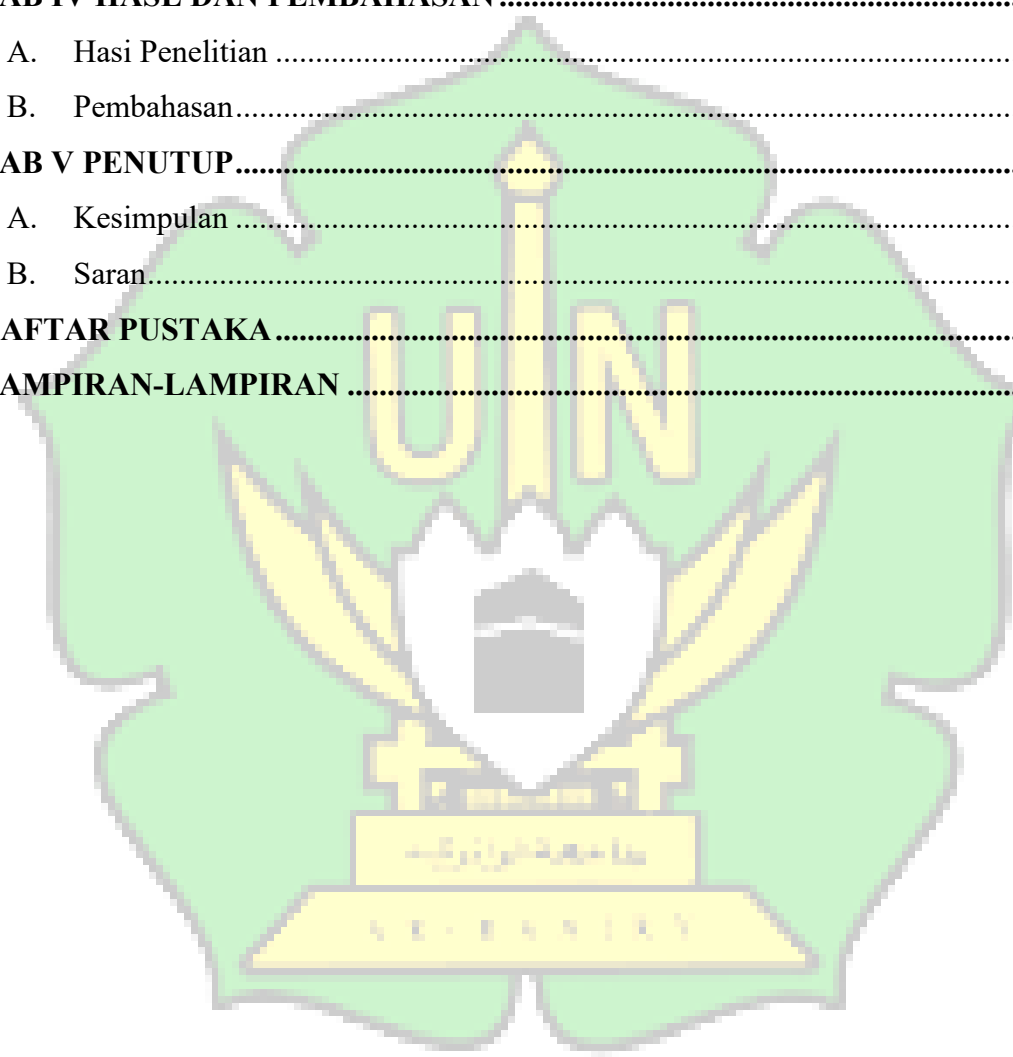
Dhia Rahidatul Aisy



DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN KARYA ILMIAH/SKRIPSI.....	iii
ABSTRAK	iv
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	7
C. Tujuan Penelitian	7
D. Manfaat Penelitian	7
E. Definisi Operasional.....	7
BAB II LANDASAN TEORI	11
A. Hakekat Matematika dan Pembelajarannya	11
B. Kerangka Teoritis DNR-Based Instruction	19
C. Kriteria Seseorang Memenuhi Ways of Thinking (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) pada Materi Lingkaran.....	22
D. Hakekat Pemahaman Konsep.....	23
E. Penelitian Relevan.....	35
F. Kerangka Berpikir.....	37
BAB III METODE PENELITIAN	40
A. Jenis Penelitian.....	40
B. Lokasi dan Waktu Penelitian	41
C. Subjek Penelitian.....	42

D. Instrumen Penelitian.....	43
E. Teknik Pengumpulan Data.....	47
F. Teknik Analisis Data.....	48
G. Uji Keabsahan Data.....	50
BAB IV HASL DAN PEMBAHASAN	52
A. Hasi Penelitian	52
B. Pembahasan.....	90
BAB V PENUTUP.....	96
A. Kesimpulan	96
B. Saran.....	97
DAFTAR PUSTAKA.....	99
LAMPIRAN-LAMPIRAN	103



DAFTAR TABEL

Tabel 1. 1 Capaian Tujuan Pembelajaran	10
Tabel 2. 1 Indikator Pemahaman Konsep Matematis	27
Tabel 3. 1 Kisi-Kisi Soal Tes	43
Tabel 3. 2 Pedoman Wawancara	46
Tabel 4. 1 Hasil Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika	53
Tabel 4. 2 Hasil Triangulasi Pada Subjek NA Kategori Kemampuan Tinggi	66
Tabel 4. 3 Hasil Triangulasi Pada Subjek MR (Kategori Kemampuan Sedang)	77
Tabel 4. 4 Hasil Triangulasi Pada Subjek FRJ (Kategori Kemampuan Rendah)	89



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Kerangka Berpikir	38
Gambar 4. 1 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 1	55
Gambar 4. 2 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 2	57
Gambar 4. 3 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 3	59
Gambar 4. 4 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 4	61
Gambar 4. 5 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 5	63
Gambar 4. 6 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 1	67
Gambar 4. 7 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 2	69
Gambar 4. 8 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 3	71
Gambar 4. 9 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 4	73
Gambar 4. 10 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 5	75
Gambar 4. 11 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 1	79
Gambar 4. 12 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 2	81
Gambar 4. 13 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 3	83
Gambar 4. 14 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 4	85
Gambar 4. 15 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 5	87

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1: Surat Keputusan Pembimbing Skripsi.....	103
Lampiran 2: Surat Permohonan Izin dari Fakultas	104
Lampiran 3: Surat Permohonan Izin dari Kantor Kementrian Agama	105
Lampiran 4: Surat Telah Melakuka Penelitian di Sekolah.....	106
Lampiran 5: Instrumen Penelitian (soal tes kemampuan pemahaman konsep)	107
Lampiran 6: Instrumen Penelitian (Teks Wawancara).....	108
Lampiran 7: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 1	109
Lampiran 8: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 2	110
Lampiran 9: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 3	111
Lampiran 10: Rubrik Penilaian.....	113
Lampiran 11: Dokumentasi.....	117



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Guruan dan kehidupan manusia memiliki hubungan yang erat dan tak terelakkan. Hal ini dikarenakan Guruan hadir sebagai langkah untuk membantu masyarakat dalam mengembangkan potensi setiap orang, agar mereka memiliki fondasi spiritual yang kokoh, kecerdasan intelektual, serta stabilitas emosi. Selain itu, diharapkan terbentuk pula karakter luhur dan penguasaan keahlian yang relevan dalam kehidupan bermasyarakat dan bernegara. Guruan punya peran penting dalam membantu manusia mengembangkan potensinya. Melalui Guruan, seseorang bisa belajar dan bertransformasi menjadi pribadi yang unggul. Di sisi lain, Guruan pun berfungsi sebagai sarana untuk mewujudkan impian dan tujuan hidup seseorang.

Matematika menempati posisi sebagai fondasi keilmuan yang krusial. Peranannya tidak hanya terbatas pada rutinitas harian manusia, tetapi juga menjadi landasan utama bagi kemajuan sains dan teknologi (IPTEK). Karena peranannya yang besar, matematika sering disebut sebagai dasar dari berbagai ilmu. Peran besar matematika ini terlihat dari tingginya kebutuhan akan keterampilan matematis dalam berbagai bidang. Julukan matematika sebagai 'Ratu' merujuk pada otonomi keilmuannya, di mana ia mampu berkembang secara mandiri tanpa ketergantungan pada disiplin lain. Namun, secara paradoksal, matematika juga berperan sebagai penopang vital yang memfasilitasi kemajuan ilmu pengetahuan lainnya, baik dalam ranah teoritis maupun praktis. Mengingat peran sentral logika matematika dalam berbagai aplikasi, maka tingkat kemapanan (kedewasaan) sebuah disiplin ilmu kini sering diukur dari seberapa dalam integrasi pola pikir matematis di dalamnya.¹

Pembelajaran matematika tidak hanya berfokus pada hafalan rumus maupun

¹ Kamarullah, "Pendidikan Matematika di Sekolah Kita". *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*. Vol. 1, No. 1, (2017).

langkah-langkah pengerjaan, tetapi merupakan proses untuk membentuk pola pikir yang sistematis dalam menghadapi berbagai situasi.² Kurikulum nasional menekankan bahwa siswa tidak hanya harus mampu menyelesaikan prosedur atau perhitungan, tetapi juga harus memahami makna, hubungan, dan penerapan konsep matematika di lapangan. Ironisnya, temuan dari berbagai literatur menyoroti fakta bahwa penguasaan materi ini masih menjadi kendala utama bagi banyak siswa dalam mencapai pemahaman konseptual yang mendalam. Mereka dapat menyelesaikan soal secara prosedural, tetapi belum mampu menjelaskan alasan dibalik langkah-langkah tersebut atau mengaitkannya dengan konsep yang lebih global.

Dalam dinamika pembelajaran matematika, penguasaan konsep menempati posisi yang krusial. Aspek ini berfungsi sebagai fondasi kognitif yang mendasari kemampuan berpikir siswa, baik dalam mengurai persoalan matematis maupun saat menghadapi tantangan di dunia nyata.³ Salah satu kompetensi inti yang menjadi target pembelajaran adalah penguasaan konsep. Indikator keberhasilan aspek ini terlihat ketika siswa mampu mendemonstrasikan pemahamannya, menguraikan hubungan antara satu konsep dengan konsep lain, serta menerapkan prosedur atau algoritma. Penerapan tersebut harus dilakukan dengan fleksibel, presisi, efektif, dan cermat dalam rangka menemukan solusi atas suatu masalah.

Menurut NCTM, indikator pemahaman matematis mencakup kemampuan siswa dalam menyatakan kembali sebuah konsep, baik secara lisan maupun tertulis. Siswa juga diharapkan mampu memilah mana yang termasuk contoh dan mana yang bukan contoh. Kemampuan lain yang ditekankan adalah penggunaan representasi visual seperti diagram, model, atau notasi simbolik, serta kemampuan melakukan translasi (perpindahan) dari satu bentuk representasi ke bentuk lainnya. Selain itu,

² Roihul Mahbub dan Sulistyorini, “Analisis Kemampuan Berpikir Kreatif dan Analitik Dalam Memecahkan Masalah Perbandingan Primatika”. *Jurnal Pend. Mat.* Vol. 14, No. 1, (2025): 181–192.

³Nevi Trianty Anwar, “Peran Kemampuan Literasi Matematis Pada Pembelajaran Matematika Abad-21”. *PRISMA: Prosiding Seminar Nasional Matematika*, vol. 1, no. 1, (2018): 364–70.

pemahaman juga terlihat dari kemampuan menginterpretasikan konsep, mengenali karakteristik serta syarat penentunya, hingga melakukan komparasi antar konsep yang berbeda. Pemahaman konsep yang rendah sering muncul karena pembelajaran di kelas masih dominan bersifat prosedural, sehingga siswa lebih fokus pada menghafal algoritma daripada membangun koneksi antar konsep.⁴

Seorang siswa dapat dikategorikan menguasai konsep matematika jika ia mampu menunjukkan performa yang sesuai dengan tolak ukur (indikator) yang telah ditetapkan. Fakta di lapangan menunjukkan bahwa tingkat kemampuan pemahaman konsep matematis siswa masih tergolong rendah.⁵ Pada kenyataannya praktik pembelajaran matematika cenderung konvensional, yaitu dikembangkan dengan pola pemaparan teori, pemberian contoh soal dan latihan. Siswa disibukkan mencatat materi tanpa benar-benar memahami maknanya. Akibatnya catatan tersebut sering kali tidak dapat mereka pahami kembali saat mengerjakan tugas. Apabila pola ini terus dibiarkan maka siswa akan terbiasa menjadi siswa yang tidak mandiri dan berdampak buruk pada capaian hasil belajarnya.

Dalam pembelajaran matematika modern, pemahaman konsep merupakan tujuan utama yang harus dicapai siswa, bukan sekadar kemampuan menghafal rumus atau menyelesaikan soal secara prosedural. Pemahaman konsep yang baik terbentuk melalui proses berpikir yang melibatkan penalaran, strategi, dan keterkaitan antar konsep. Salah satu kerangka teoritis yang dapat digunakan untuk menganalisis proses tersebut adalah *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU) yang diperkenalkan oleh Harel. WoT merujuk pada cara siswa berpikir, termasuk strategi dan penalaran yang digunakan dalam menyelesaikan masalah, sedangkan WoU menggambarkan kualitas pemahaman yang dihasilkan dari proses berpikir tersebut,

⁴ Een Unaenah dan Muhammad Syarif Sumantri. "Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas 5 Sekolah Dasar Pada Materi Pecahan", *Jurnal Basicedu*, vol.3 no.1, (2019): 106-111.

⁵ Angelin Manurung dan Nurliani Manurung, "Model Pembelajaran Conceptual Understanding Procedures Untuk Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa". *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol. 15, No. 2, (2024): 173-181.

seperti kemampuan menjelaskan konsep, mengaitkan ide, dan memahami struktur matematis secara mendalam.⁶

Pendekatan WoT dan WoU memiliki kelebihan dalam memberikan gambaran yang lebih komprehensif terhadap proses belajar siswa. Melalui WoT, peneliti tidak hanya melihat hasil akhir jawaban siswa, tetapi juga dapat menelusuri bagaimana strategi, pola penalaran, dan langkah-langkah berpikir yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Hal ini memungkinkan identifikasi yang lebih mendalam terhadap kesulitan siswa, apakah berasal dari kesalahan dalam memahami konsep, penggunaan strategi yang kurang tepat, atau ketidakmampuan dalam menghubungkan informasi yang relevan. Sementara itu, WoU memberikan gambaran mengenai kualitas pemahaman siswa, seperti kemampuan menjelaskan konsep dengan bahasa sendiri, mengaitkan berbagai representasi, serta menggunakan konsep secara fleksibel dalam berbagai situasi. Dengan demikian, kedua kerangka ini memberikan analisis yang lebih mendalam dibandingkan penilaian yang hanya berfokus pada benar atau salahnya jawaban.

Selain itu, penggunaan kerangka WoT dan WoU memungkinkan peneliti untuk melihat hubungan yang erat antara proses berpikir dan pemahaman konsep siswa. Cara berpikir yang baik akan mendukung terbentuknya pemahaman yang lebih mendalam, dan sebaliknya, pemahaman yang kuat akan memperkuat kemampuan berpikir dalam menyelesaikan masalah matematis. Pendekatan ini menjadi penting terutama pada materi matematika yang menuntut pemahaman konseptual yang kuat, seperti lingkaran, di mana siswa tidak hanya dituntut mampu menggunakan rumus, tetapi juga memahami makna dan hubungan antar konsep.

Materi lingkaran merupakan salah satu topik penting dalam pembelajaran matematika di tingkat SMP/MTs yang menjadi dasar bagi materi geometri selanjutnya.

⁶ Siti Lailiyah, Fitria Anis Kurlillah dan Kusaeri. "Student's Ways of Thinking and Waysof Understanding Analysisin Solving Mathematics Problems In Term Of Adversity Quotient". *Jurnal Tadris Matematika*, 16, 2 (2023): 151-171.

Konsep-konsep dalam lingkaran, seperti jari-jari, diameter, keliling, luas, serta hubungan antar unsur lingkaran, menuntut pemahaman yang tidak hanya bersifat prosedural tetapi juga konseptual. Namun, fakta di lapangan menunjukkan hal sebaliknya. Berdasarkan hasil studi pendahuluan melalui wawancara dengan guru matematika kelas VIII di MTsN 5 Pidie, ditemukan bahwa pemahaman konsep lingkaran siswa masih tergolong rendah. Banyak siswa mengalami kesulitan saat dihadapkan pada soal cerita atau soal terapan yang sedikit dimodifikasi dari contoh soal baku. Guru menuturkan bahwa siswa cenderung tertukar antara penggunaan rumus keliling dan luas, keliru membedakan antara diameter dan jari-jari, serta sering melakukan kesalahan prosedur saat memanipulasi rumus matematika. Sebagai contoh, saat diberikan soal cerita mengenai lingkaran, banyak siswa yang langsung mengoperasikan angka yang tertera di soal ke dalam rumus tanpa menganalisis terlebih dahulu apakah angka tersebut merupakan jari-jari atau diameter.

Masalah tersebut timbul karena proses pembelajaran dan evaluasi yang dilakukan selama ini cenderung berfokus pada hasil akhir (*product-oriented*), yaitu apakah jawaban siswa benar atau salah. Pola ini menyebabkan guru kesulitan mendeteksi akar penyebab ketidakpahaman siswa. Hambatan belajar yang dialami siswa sebenarnya tidak hanya terletak pada kesalahan berhitung, melainkan pada struktur pemikiran di dalam kepala siswa yang belum terbangun dengan baik. Untuk dapat membedah akar masalah tersebut secara holistik, diperlukan pendekatan yang mampu melihat proses kognitif siswa, salah satunya melalui kerangka kerja WoT dan WoU yang dikembangkan oleh Guershon Harel.

Karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran dapat berbeda-beda bergantung pada tingkat kemampuan matematis yang dimiliki. Siswa dengan cara berpikir yang cenderung prosedural, misalnya, rentan mengalami miskonsepsi berupa kekeliruan dalam membedakan peran jari-jari dan diameter, atau menerapkan rumus keliling pada persoalan yang seharusnya diselesaikan menggunakan rumus luas. Di sisi lain, siswa dengan cara berpikir yang lebih terstruktur cenderung mampu memaknai konsep lingkaran secara utuh dan

menghubungkan antar representasi secara fleksibel. Perbedaan karakteristik inilah yang menunjukkan bahwa WoT dan WoU bukan sekadar benar-salahnya jawaban siswa, melainkan pola berpikir dan kualitas pemahaman yang melatarbelakangi jawaban tersebut, sehingga penting untuk ditelusuri secara mendalam melalui penelitian ini

Berbagai penelitian menunjukkan bahwa kemampuan pemahaman konsep siswa pada materi lingkaran masih cenderung rendah,⁷ terutama dalam penggunaan rumus dan penerapan konsep dalam kehidupan sehari-hari. Siswa juga masih mengalami kesulitan dalam merepresentasikan konsep secara tepat, yang menunjukkan bahwa pemahaman konsep matematis belum terbentuk secara optimal. Padahal, pemahaman yang baik menuntut kemampuan mengaitkan berbagai representasi serta menggunakan pengetahuan secara fleksibel dalam berbagai situasi. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman konsep tidak terlepas dari cara berpikir siswa. Selain itu, cara berpikir dan cara memahami siswa memiliki hubungan yang saling mempengaruhi dalam proses pembelajaran. Namun demikian, kajian yang secara khusus mengkaji hubungan antara cara berpikir dan cara memahami siswa pada materi lingkaran di tingkat SMP/MTs masih terbatas.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat diidentifikasi adanya kesenjangan penelitian, yaitu masih terbatasnya kajian yang secara khusus menganalisis WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran. Padahal, materi lingkaran merupakan materi dasar yang sangat penting dan sering menjadi sumber miskonsepsi bagi siswa. Oleh karena itu, penelitian ini memiliki urgensi yang tinggi untuk dilakukan, yaitu untuk menganalisis bagaimana karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran. Melalui penelitian ini diharapkan dapat diperoleh gambaran yang lebih komprehensif mengenai karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran, sehingga dapat menjadi dasar dalam merancang pembelajaran yang

⁷ W. Eggy Yufentya, Yenita Roza dan Maimunah, "Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa Kelas VIII SMP pada Materi Lingkaran". *Jurnal Matematika*, vol. 2, no. 3 (2019): 197-202.

lebih efektif dan bermakna dalam meningkatkan pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran.

B. Rumusan Masalah

“Bagaimana karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran?”

C. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah Untuk menganalisis karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran.

D. Manfaat Penelitian

1. Bagi Guru

Sebagai acuan bagi guru supaya lebih memperhatikan proses belajar yang menarik serta memberikan informasi tentang pentingnya penguasaan konsep matematika siswa.

2. Bagi Siswa

Sebagai acuan kepada siswa untuk melatih pemahaman konsep matematis serta mengoptimalkan kemampuan siswa dalam pemecahan masalah matematika.

3. Bagi pihak sekolah

Dapat dijadikan bahan evaluasi untuk perbaikan kurikulum dan program pengembangan profesional guru dalam Kegiatan Belajar Mengajar (KBM) matematika.

4. Bagi peneliti

Menjadi dasar untuk peneliti untuk berkontribusi pada sistem Guruan yang lebih baik, dan mengembangkan serta meningkatkan pemahaman konsep matematika lebih lanjut.

E. Definisi Operasional

1. Analisis

Analisis adalah kegiatan memilah, mengurai, dan meninjau suatu hal secara mendalam, memisahkannya menjadi bagian-bagian kecil. Tujuannya adalah untuk

mendapatkan pemahaman menyeluruh tentang bagaimana bagian-bagian itu tersusun (struktur), bagaimana mereka saling terkait (hubungan), dan apa artinya secara keseluruhan (makna). Selain hanya menjelaskan, analisis juga bertujuan menemukan pola tersembunyi, alasan di balik suatu kejadian (sebab-akibat), dan ciri khas utama yang mungkin belum terlihat jelas.

2. Pemahaman Konsep

Secara terminologi, pemahaman berpadanan dengan istilah *understanding*. Kedalaman pemahaman seseorang diukur berdasarkan seberapa kuat koneksi antara gagasan, prosedur, dan fakta matematis yang dimiliki. Sebuah materi dikatakan dipahami secara komprehensif apabila elemen-elemen tersebut saling terintegrasi membentuk suatu jejaring pengetahuan yang utuh. Sementara itu, konsep didefinisikan sebagai konstruksi mental (ide abstrak) yang berfungsi untuk mengklasifikasikan sekumpulan objek ke dalam kategori tertentu.⁸ Penguasaan konsep merupakan kompetensi vital yang menjadi target dalam pembelajaran matematika. Indikator keberhasilannya terlihat ketika siswa mampu merepresentasikan ulang materi yang dipelajari, mengelaborasi hubungan antar konsep, serta menerapkan algoritma penyelesaian masalah secara fleksibel, presisi, efektif, dan cermat.

3. *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU)

WoT (cara berpikir) pada materi lingkaran merupakan pola kognitif yang digunakan siswa dalam memahami, menganalisis, dan menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan konsep lingkaran, seperti jari-jari, diameter, keliling, luas, busur, dan sudut pusat. Secara operasional, WoT pada materi lingkaran ditunjukkan melalui kemampuan siswa dalam:

- a. Mengidentifikasi unsur-unsur lingkaran yang relevan dalam suatu permasalahan
- b. memilih dan menerapkan strategi penyelesaian yang sesuai (misalnya

⁸ Aulia Khairunnisa, Sumanang Muhtar Gozali, Dadang Juandi, "Systematic Literature Review: Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika". *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 06, No. 02, (2022): 1846-1856.

menggunakan rumus keliling atau luas lingkaran)

- c. mengembangkan penalaran logis dalam menghubungkan konsep-konsep lingkaran menjelaskan langkah-langkah penyelesaian secara sistematis
- d. mengevaluasi kembali kebenaran hasil dan proses yang dilakukan.

Dengan demikian, *Ways of Thinking* (WoT) pada materi lingkaran tidak hanya berfokus pada jawaban akhir, tetapi juga pada bagaimana siswa berpikir secara logis dan sistematis dalam menyelesaikan masalah terkait lingkaran.⁹

WoU (cara memahami) pada materi lingkaran merupakan cara siswa dalam membangun dan menginternalisasi konsep-konsep lingkaran secara bermakna. Pemahaman ini mencakup kemampuan untuk mengaitkan berbagai konsep dalam lingkaran serta menghubungkannya dengan pengalaman belajar sebelumnya. Secara operasional, WoU pada materi lingkaran tercermin dalam kemampuan siswa untuk:

- a. memahami dan menjelaskan konsep dasar lingkaran (seperti jari-jari, diameter, busur, dan sudut pusat)
- b. menghubungkan berbagai representasi konsep lingkaran (gambar, simbol, dan penjelasan verbal)
- c. menjelaskan kembali konsep lingkaran dengan bahasa sendiri
- d. mengaitkan konsep lingkaran dengan situasi nyata atau konteks sehari-hari
- e. menerapkan konsep lingkaran dalam berbagai variasi soal secara tepat dan tidak sekadar menghafal rumus.

Dengan demikian, WoU pada materi lingkaran menekankan pada kedalaman pemahaman siswa dalam membangun makna terhadap konsep lingkaran secara menyeluruh dan terintegrasi.

4. Lingkaran

Lingkaran merupakan himpunan titik titik di bidang datar yang memiliki jarak

⁹ Jasmine Salsabila Lutfi dan Tatang Herman, “*Ways of Understanding (WoU) dan Ways of Thinking (WoT) Siswa MAN Berdasarkan Teori Harel dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Lingkaran*”. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Vol. 8, No. 1, (2023)

sama dari dari satu titik tetap di bidang tersebut, pengertian lain menjelaskan lingkaran juga merupakan garis lengkung yang bertemu kedua ujungnya. Unsur-unsur lingkaran terdiri dari jari-jari lingkaran, diameter, tali busur, apotema, titik pusat, busur, juring, dan tembereng.¹⁰

Berikut uraian Capaian Pembelajaran (CP), Tujuan Pembelajaran (TP), serta Indikator Ketercapaian Pembelajaran (IKTP) yang diangkat pada penelitian ini

Tabel 1. 1 Capaian Tujuan Pembelajaran

Capaian Pembelajaran (CP)
Di akhir fase D siswa dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas lingkaran dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas dan kerucut) dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, besar sudut, luas, dan/ atau volume.
Tujuan Pembelajaran (TP)
peserta didik dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas lingkaran dan menyelesaikan masalah yang terkait.
Indikator Ketercapaian Tujuan Pembelajaran (IKTP)
1. Siswa dapat menjelaskan rumus luas lingkaran $l = \pi \times r^2$ dan kapan menggunakan nilai π yang tepat ($22/7$ atau $3,14$). 2. Siswa dapat menghitung luas lingkaran jika diketahui panjang jari-jari atau diameternya. 3. Siswa dapat menyelesaikan soal cerita atau masalah sehari-hari yang berkaitan dengan luas lingkaran.

¹⁰ W. Eggy Yufentya, Yenita Roza dan Maimunah, “Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa Kelas VIII SMP pada Materi Lingkaran”. *Jurnal Matematika*, vol. 2, no. 3 (2019): 197-202.

BAB II LANDASAN TEORI

A. Hakekat Matematika dan Pembelajarannya

1. Hakekat Matematika

Kata matematika berasal dari bahasa Yunani kuno, yakni *mathematike* yang bermakna 'mempelajari'. Kata ini kemudian diserap ke dalam bahasa Latin menjadi *mathematika*. Akar utamanya sendiri berasal dari kata *mathema*, yang didefinisikan sebagai pengetahuan atau ilmu (*knowledge/science*). Istilah *mathematike* juga memiliki pertalian erat dengan kosakata yang masih serumpun, yakni *mathein* atau *mathenein*. Kata-kata tersebut mengandung makna proses belajar atau kegiatan berpikir. Jadi, berdasarkan asal katanya, maka matematika dapat didefinisikan sebagai disiplin ilmu yang diperoleh melalui proses penalaran. Matematika lebih menitikberatkan pada aktivitas penalaran (rasio) dan tidak bergantung pada pembuktian empiris seperti eksperimen atau observasi. Sebagai disiplin ilmu, matematika lahir dari konstruksi pemikiran manusia yang berkaitan erat dengan gagasan abstrak, prosedur, serta logika.¹

Matematika sendiri didefinisikan sebagai disiplin ilmu yang mengkaji konsep bilangan, hubungan antara bilangan, dan algoritma atau aturan pengerjaan yang diterapkan untuk memecahkan persoalan terkait bilangan. Selain itu terdapat beragam definisi terkait matematika, antara lain Matematika merupakan disiplin ilmu yang mengkaji perihal bilangan serta konsep geometri. Matematika merupakan cabang pengetahuan yang mengkaji perihal besaran atau aspek kuantitatif. Matematika merupakan disiplin ilmu yang mempelajari pola keterkaitan atau relasi antar-objek. Matematika merupakan disiplin ilmu yang mengkaji mengenai bentuk-bentuk

¹ Miftah Farid, "Sejarah Matematika Yunani". Jurnal Darussalam; Jurnal Ilmiah Dan Sosial, vol. 25, no. 2, (2024).

yang bersifat abstrak. Matematika merupakan ilmu yang bersifat deduktif. Matematika merupakan ilmu yang mengkaji struktur yang bersifat logis.

Matematika kerap dijuluki sebagai 'Ratunya Ilmu' (*Queen of the Sciences*) yang mengindikasikan independensinya dari disiplin ilmu lain. Bahasa yang digunakan dalam matematika berbasis pada simbol dan terminologi presisi yang disepakati secara universal (konsensus). Sebagai ilmu, matematika bekerja secara deduktif; kebenarannya tidak ditarik dari observasi empiris (induktif), melainkan melalui pembuktian logis. Lebih jauh, matematika memiliki struktur yang hirarkis dimulai dari unsur yang tidak didefinisikan, berlanjut ke definisi dan aksioma, hingga akhirnya melahirkan dalil (teorema). Di sisi lain, matematika juga berperan sebagai pelayan ilmu bagi bidang pengetahuan lainnya.²

Dalam upaya mendalami matematika, pemahaman tidak cukup hanya terbatas pada definisi, melainkan perlu menelaah karakteristik dasarnya. Merujuk pada penelitian oleh Suparni, ciri khas matematika meliputi objek kajian yang abstrak, penggunaan simbol yang 'kosong dari arti' (nirmana), berbasis kesepakatan (konsensus), serta pola pikir deduktif-aksiomatik. Menariknya, sifat simbol yang kosong inilah yang justru memberikan fleksibilitas bagi matematika untuk diaplikasikan dalam berbagai disiplin ilmu. Sebagai ilustrasi, lambang bilangan 1, 2, atau 3 secara intrinsik tidak memiliki arti; namun, konsep di balik angka tersebut menjadi bermakna ketika dikaitkan dengan realitas, misalnya untuk menyatakan kuantitas benda yang dimiliki seseorang.³

Hakekat matematika dapat diuraikan ke dalam beberapa dimensi utama:

a. Matematika Sebagai Ilmu Deduktif

Sebagaimana yang kita ketahui, bahwa metode verifikasi kebenaran dalam

² Dea Fajar Meilawati, "Analisis Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas 4 Sekolah Dasar" *Seminar Nasional Pendidikan, FKIP UNMA*, vol. 2, no. 2, (2020).

³Kurniati, A. "Mengenalkan matematika terintegrasi islam kepada anak sejak dini", *Suska Journal of Mathematics Education*, vol. 1, no. 1, (2015), 1-8.

matematika memiliki distingsi (perbedaan) yang tajam dengan ilmu pengetahuan alam. Matematika tidak melegitimasi generalisasi yang ditarik semata-mata dari hasil observasi (induktif), melainkan mewajibkan pembuktian deduktif. Kendati demikian, pada tahap eksplorasi awal, penggunaan contoh kasus atau ilustrasi geometris sering kali diperlukan sebagai alat bantu berpikir. Artinya, meskipun proses penemuan ide dapat diawali lewat pendekatan induktif, validitas akhirnya tetap menuntut pembuktian secara deduktif. Atas dasar itulah, matematika dikukuhkan sebagai ilmu deduktif.

b. Matematika Sebagai Ilmu Terstruktur

Matematika merupakan studi mengenai pola keteraturan dan sistem yang terorganisasi rapi. Bangunan keilmuannya disusun secara deduktif, berawal dari unsur pangkal (*undefined terms*), berlanjut ke definisi dan aksioma (postulat), hingga bermuara pada teorema (dalil). Struktur materi matematika bersifat hierarkis dan logis, bergerak dari konsep elementer menuju kompleks. Implikasinya, terdapat keterkaitan erat antar-topik di mana penguasaan materi prasyarat menjadi mutlak. Artinya, pemahaman terhadap suatu konsep lanjutan mustahil tercapai tanpa landasan konsep sebelumnya yang kokoh.

c. Kedudukan Matematika Dalam Ilmu Pengetahuan

Matematika disebut sebagai induk ilmu pengetahuan karena posisinya sebagai sumber utama bagi disiplin lain. Dengan kata lain, kemajuan berbagai bidang sains sangat bergantung pada prinsip-prinsip matematika. Bukti keterkaitan ini terlihat jelas pada Fisika dan Kimia modern yang berlandaskan konsep Kalkulus (terutama Persamaan Diferensial). Di bidang Biologi, Teori Mendel dikonstruksi melalui pendekatan Probabilitas. Sementara itu, analisis Ekonomi terkait Permintaan dan Penawaran dikembangkan menggunakan aplikasi Fungsi serta operasi Diferensial dan Integral.

d. Hakekat Matematika dan Ruang Lingkupnya

Hakikat matematika dapat ditinjau melalui tiga dimensi utama, yakni metode

pembuktian, objek kajian, serta bahasa yang digunakannya. Pemahaman terhadap ketiga elemen ini merupakan gerbang awal untuk mengenali letak kekuatan matematika. Secara spesifik, validitas matematika sangat bergantung pada sistem pembuktian deduktif yang konsisten. Selain faktor sistem, kekuatan matematika juga didukung oleh faktor manusia; yakni para matematikawan yang mendedikasikan intelektualitasnya untuk mengkaji ilmu yang sudah ada sekaligus mengekskansi cakrawala pengetahuan baru.

Hakekat matematika sebagai ilmu yang terstruktur dan deduktif memiliki kaitan erat dengan aksi mental yang dijelaskan dalam teori DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) melalui Prinsip Dualitas.⁴ Prinsip ini menyatakan bahwa pengetahuan matematis seseorang terdiri dari dua kategori yang saling mempengaruhi:

a. Hakekat Matematika Sebagai Produk

Matematika secara hakekat merupakan kumpulan pengetahuan yang terstruktur, mulai dari istilah tak terdefinisi hingga teorema. WoU adalah aksi mental yang menghasilkan "produk" pengetahuan tersebut. Ketika siswa mampu mendefinisikan konsep geometri atau memberikan solusi yang tepat, hasil tersebut merupakan manifestasi dari WoU mereka terhadap hakekat matematika sebagai produk.

b. Hakekat Matematika Sebagai Proses

Matematika adalah ilmu deduktif yang mengutamakan penalaran rasio dibandingkan eksperimen. WoT merujuk pada karakteristik proses mental atau pola pikir siswa saat melakukan aktivitas matematis tersebut. Misalnya, hakekat deduktif matematika menuntut siswa untuk memiliki WoT yang mampu melakukan pembuktian logis, bukan sekadar generalisasi berdasarkan pengamatan visual atau induktif.

2. Hakekat Pembelajaran Matematika

⁴ Harel, G. (2008). *DNR-Based Instruction in Mathematics as a Conceptual Framework*. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 40(3), 487-500.

Pembelajaran merupakan upaya memfasilitasi siswa untuk belajar dengan mengacu pada prinsip-prinsip Guruan dan teori belajar, yang memiliki kontribusi signifikan terhadap pencapaian tujuan Guruan. Kegiatan ini melibatkan interaksi komunikasi, baik antara Guru dan siswa, Guru dengan Guru, serta antar sesama siswa. Dalam pelaksanaan proses belajar mengajar, peran Guru tidak lagi terbatas pada tugas mentransfer pengetahuan (*transfer of knowledge*) semata, melainkan meluas menjadi mentor sekaligus mediator bagi siswa yang mendukung proses belajarnya. Pembelajaran adalah aktivitas guru yang dirancang secara sistematis dalam suatu rancangan pembelajaran, dengan tujuan mendorong partisipasi aktif siswa selama kegiatan pembelajaran berlangsung.⁵

Pembelajaran matematika adalah merupakan proses interaksi antar-elemen instruksional yang berorientasi pada peningkatan kemampuan kognitif siswa, terutama dalam aspek pemecahan masalah (*problem solving*). Melalui pembelajaran ini, siswa difasilitasi untuk membangun pemahaman mereka secara mandiri mengenai konsep-konsep matematika. Oleh karena itu, orientasi utama pembelajaran bukan sekadar transfer ilmu, melainkan membangkitkan inisiatif dan partisipasi aktif siswa dalam dinamika kelas. Matematika berguna sebagai alat untuk berpikir, berkomunikasi, dan menyelesaikan persoalan. Berbagai kemampuan seperti bernalar, penalaran logis, kreativitas berpikir, serta kompetensi pemecahan masalah (*problem solving*) dan kemampuan matematis lainnya dapat diasah melalui pembelajaran matematika.⁶

Orientasi pembelajaran matematika hendaknya menitikberatkan pada penguasaan konsep serta prinsip dasar. Pemahaman yang mendalam ini menjadi fondasi vital bagi siswa untuk menanggulangi berbagai persoalan, baik dalam ranah

⁵ Khodijah Habibatul Izzah dan Mira Azizah, "Analisis Kemampuan Penalaran Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas IV". *Indonesian Journal of Education Research and Review*, vol. 2, no. 2, (2019).

⁶ Meria Ultra Gusteti Neviyarn, "Matematika dan Statistika. Pembelajaran Berdiferensiasi pada Pembelajaran Matematika di Kurikulum Merdeka". *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, vol. 3, no. 3, (2022).

matematika itu sendiri, aplikasi di disiplin ilmu lain, maupun tantangan yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari. Terdapat dua dimensi pengetahuan yang saling mempengaruhi dalam disiplin ilmu matematika, yaitu cara berpikir atau disebut juga WoT dan cara memahami atau WoU.⁷

3. Tujuan Pembelajaran Matematika

Pembelajaran matematika bertujuan untuk membangun kepribadian siswa bersikap jujur, berbicara sesuai fakta, di samping itu, siswa juga dituntut untuk mampu merumuskan solusi atas berbagai persoalan yang dihadapi. Penyelesaian tersebut hendaknya dilakukan dengan menerapkan kaidah dan prosedur yang berlaku dalam disiplin ilmu matematika.⁸

Secara spesifik, pembelajaran matematika bertujuan untuk membekali siswa dengan sejumlah kompetensi, antara lain:

- a. Mampu menguasai konsep matematika, menguraikan hubungan antar-konsep, serta mengimplementasikan algoritma atau prosedur secara fleksibel, presisi, efisien, dan tepat sasaran dalam menyelesaikan persoalan.
- b. Menerapkan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematis guna menyusun generalisasi (kesimpulan umum), menyusun bukti, serta memaparkan gagasan maupun pernyataan matematika secara logis.
- c. Melakukan pemecahan masalah yang mencakup kompetensi mengidentifikasi masalah, menyusun model matematika, menyelesaikan model tersebut, serta melakukan interpretasi terhadap solusi yang dihasilkan.
- d. Menyajikan gagasan menggunakan simbol, tabel, diagram, maupun media lainnya guna memperjelas suatu situasi atau persoalan.
- e. Menunjukkan sikap apresiasi terhadap manfaat matematika dalam kehidupan,

⁷ Syifa Ananda Mefiana dan Tatang Herman, "Karakteristik *Ways of Thinking (WoT)* dan *Ways of Understanding (WoU)* Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan". *Journal on Mathematics Education Research*, vol. 4, no. 2, (2023): 139-148.

⁸ Yuliana Susanti, "Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Media Berhitung di Sekolah Dasar dalam Meningkatkan Pemahaman Siswa". *Jurnal Edukasi dan Sains*, vol. 2, No. 3, (Oktober 2020): 435-448.

yang tercermin dari adanya rasa ingin tahu, perhatian, dan ketertarikan belajar, serta sikap gigih (pantang menyerah) dan yakin pada kemampuan diri saat memecahkan masalah.⁹

Secara garis besar, tujuan pembelajaran matematika dapat diklasifikasikan menjadi dua kategori utama, yaitu:

- 1) Siswa memiliki kompetensi yang mumpuni sebagai pemecah masalah (*problem solver*). Dalam prosesnya, siswa difasilitasi untuk mengaplikasikan prinsip dasar matematika melalui pembelajaran interaktif. Pendekatan inilah yang menjamin siswa mampu membangun pemahaman konsep matematika secara tepat dan mendalam.
- 2) Siswa memiliki keterampilan berhitung yang andal. Kompetensi ini ditandai dengan kemampuan melakukan kalkulasi secara akurat dan presisi. Keterampilan ini dapat dikuasai sepenuhnya apabila siswa telah memiliki pemahaman yang kuat terhadap operasi aritmatika dasar, yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.¹⁰

4. Konsep Matematika

Konsep dapat dimaknai sebagai abstraksi yang terbentuk dari serangkaian pengalaman. Representasi ini kemudian berfungsi untuk mengklasifikasikan sekumpulan objek atau peristiwa ke dalam satu kategori yang sama.¹¹ Konsep matematika merupakan gagasan abstrak yang memampukan seseorang dalam menggolongkan atau mengklasifikasi sekumpulan objek dalam kategori tertentu. Objek-objek dalam matematika bersifat abstrak dan berada dalam "alam ide", namun

⁹ Yunico L. Maurel, Kristoforus D. Djong, Wilfridus B. N. Dosinaeng, "Analisis Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMA Pada Materi Program Linear". *Jurnal Kependidikan Matematika*, vol. 2, no. 1, (2020): 47 – 56.

¹⁰ Rora Rizky Wandini, dkk, "Upaya Meningkatkan Proses Pembelajaran Matematika di SDN 34 Batang Nadenggan". *Jurnal Pendidikan, Ilmu Sosial, dan Pengabdian Kepada Masyarakat*, Vol. 1, No. 3, (2021): 384-391.

¹¹ Mira Gusniwati, "Pengaruh kecerdasan emosional dan minat belajar terhadap penguasaan konsep matematika siswa SMAN di Kecamatan Kebon jeruk". *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, vol. 5, no. 1, (2015): 26-41.

diwakili melalui simbol-simbol yang memiliki kesepakatan tertentu. Karakteristik utama dari konsep matematika adalah sifatnya yang hierarkis dan terstruktur.

Suatu konsep seringkali berperan sebagai syarat mutlak bagi konsep lainnya, sehingga penguasaan terhadap materi yang lebih kompleks tidak akan mungkin tercapai tanpa penguasaan terhadap konsep dasarnya. Terdapat beragam konsep matematika yang disajikan dalam pembelajaran dengan tujuan agar dapat dipahami, akan tetapi dalam implementasinya, siswa kerap mengalami miskonsepsi. Mengingat setiap pokok bahasan memiliki karakteristik konsep yang spesifik, ketidaktepatan dalam memilih dan menerapkan konsep pada penyelesaian masalah sering terjadi kesalahan. Fenomena inilah yang menyebabkan matematika dianggap sebagai disiplin ilmu yang rumit dan sukar. Padahal Penguasaan konsep menempati posisi paling penting dalam pembelajaran matematika.¹² Dalam pembelajaran matematika, pemahaman konsep adalah salah satu tujuan utama yang harus dicapai siswa. Kemampuan ini menjadi fondasi bagi penguasaan kompetensi matematika lainnya.¹³ Dalam konteks penelitian ini, pemahaman konsep siswa akan dianalisis melalui aksi mental, WoU dan WoT.

5. Manfaat dan Pentingnya Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah menempati posisi esensial dalam aktivitas matematika. Urgensinya diakui secara luas baik oleh Guru maupun siswa di seluruh jenjang Guruan, mulai dari tingkat dasar hingga atas. Ironisnya, pemecahan masalah masih menjadi materi dengan tingkat kesulitan tertinggi. Hal ini dirasakan oleh siswa yang

¹² Yunico L. Maurel, Kristoforus D. Djong, Wilfridus B. N. Dosinaeng, "Analisis Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMA Pada Materi Program Linear". *Jurnal Kependidikan Matematika*, vol. 2, no. 1, (2020): 47 – 56.

¹³ Kowiyah, Arina Konita dan Rara Andrya, "Hubungan Pemahaman Konsep Matematis Dengan Kemampuan Berpikir Kritis Matematis siswa Sekolah Dasar". *Indonesian Journal of Elementary Education*, vol. 6, no. 1, (2024): 71-80.

merasa kesulitan untuk memahaminya dan guru yang sering kali menemui hambatan untuk mengajarkannya secara efektif.¹⁴

Meskipun masalah matematika umumnya tersaji dalam bentuk pertanyaan, tidak semua pertanyaan merupakan 'masalah'. Suatu pertanyaan baru dikategorikan sebagai masalah apabila siswa tidak memiliki prosedur rutin atau algoritma yang dapat langsung diterapkan untuk menyelesaikannya. Hal ini mengindikasikan bahwa pemecahan masalah melibatkan aktivitas kognitif tingkat tinggi. Oleh karena itu, penyajian masalah harus didesain secara cermat guna menstimulasi tantangan intelektual dan mendorong proses berpikir mendalam.¹⁵ Dalam hal ini pemberian masalah yang menantang berfungsi sebagai stimulus intelektual yang memaksa siswa mengaktifkan WoT tertentu yang kemudian menghasilkan WoU yang akurat.

B. Kerangka Teoritis DNR-Based Instruction

1. Hakikat Tindakan Mental (*Mental Acts*) dalam Pembelajaran Matematika

Pembelajaran matematika pada hakikatnya bukan sekadar aktivitas mentransfer rumus dari Guru kepada siswa, melainkan sebuah proses rekonstruksi mental yang terjadi di dalam kognisi siswa. Di dalam perspektif teoritis *DNR-Based Instruction* (DNR) yang dikembangkan oleh Guershon Harel, seluruh aktivitas kognitif manusia ketika berhadapan dengan objek atau stimulus matematika dikategorikan sebagai tindakan mental (*mental acts*).¹⁶ Tindakan mental ini merupakan representasi dari bekerjanya fungsi otak siswa dalam mengolah, mencerna, dan merespon permasalahan matematika yang diberikan. Harel mengidentifikasi berbagai macam tindakan mental yang lazim terjadi dalam aktivitas

¹⁴ Suraji, Maimunah dan Sehatta Saragih, "Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis dan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)". *Suska Journal of Mathematics Education*, Vol. 4, No. 1, (2018): 9 -16.

¹⁵ Aria Joko Pramono, "Aktivitas Metakognitif Siswa SMP dalam Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Kemampuan Matematika". *Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, vol. 8, no. 2, (2017): 133-142.

¹⁶ G. Harel, "DNR-Based Instruction in Mathematics as a Conceptual Framework for Curriculum, Instruction, and Teacher Education", *ZDM Mathematics Education*, Vol. 40, No. 3, (2008), h. 487-500.

matematis, antara lain tindakan menginterpretasikan (*interpreting*), menjelaskan (*explaining*), menduga (*conjecturing*), menjustifikasi atau membuktikan (*justifying/proving*), mengklasifikasikan (*classifying*), dan merumuskan (*formulating*).¹⁷

Secara epistemologis, tindakan mental tidak dapat diamati secara langsung oleh panca indra karena posisinya berada di dalam ruang internal kognitif siswa (*black box*). Guru atau peneliti hanya dapat mendeteksi keberadaan tindakan mental tersebut melalui manifestasi perilaku eksternal, baik melalui penuturan lisan, coretan jawaban di lembar kerja, maupun gesture tubuh siswa saat memecahkan masalah.¹⁸ Sebagai contoh, ketika seorang siswa dihadapkan pada soal cerita mengenai luas daerah yang dibatasi oleh bentuk lingkaran, siswa tersebut secara simultan akan melakukan tindakan mental berupa penginterpretasian teks soal. Jika tindakan mental ini berjalan dengan baik, maka siswa akan mampu melakukan visualisasi spasial terhadap objek yang dimaksud. Oleh karena itu, memahami karakteristik tindakan mental siswa merupakan langkah krusial bagi guru untuk memetakan sejauh mana proses konstruksi pengetahuan matematika telah terbentuk secara utuh di dalam diri siswa.¹⁹

2. Konsep Kognitif *Ways of Thinking* (WoT) dan *Ways of Understanding* (WoU)

Untuk membedah anatomi dari suatu tindakan mental secara rigid dan terukur, Harel membaginya ke dalam dua dimensi kognitif yang saling melengkapi, yaitu WoU atau cara memahami, dan WoT atau cara berpikir.²⁰ Pemisahan kedua konstruk ini menjadi sangat penting dalam dunia Guruan untuk menghindari bias penilaian yang hanya berorientasi pada hasil akhir tanpa mempedulikan proses penalaran di baliknya.

¹⁷ Wilda Syam Tonra, dkk, "Mathematical Thinking dan Kaitannya dengan Ways of Understanding, Ways of Thinking". *SIGMA*, Vol. 9, No. 1, (2023): h. 17-24.

¹⁸ Ahmad Nur Iryanto Saputra, dkk, "Ways of Thinking Dan Ways of Understanding Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Rasional Ditinjau Dari Teori Harel". *Jurnal Pendidikan Mandala*, Vol. 10, No. 2, (Juni 2025): 832-841.

¹⁹ G. Harel, "DNR-Based ...", 487-500.

²⁰ Harel, G. *DNR-Based ...*, 487-500.

WoU didefinisikan sebagai produk atau hasil dari suatu tindakan mental.²¹ Ketika siswa melakukan tindakan mental (misalnya menginterpretasikan rumus luas lingkaran), produk pemahaman yang dihasilkan seperti definisi yang mereka ucapkan, teorema yang mereka ingat, atau solusi matematis yang mereka tuliskan di atas kertas merupakan WoU siswa tersebut. WoU merujuk pada aspek "apa" yang dipahami oleh siswa. Kategori WoU ini dapat bervariasi mulai dari tingkat pemahaman yang bersifat instrumental (sekadar menghafal algoritma tanpa tahu maknanya) hingga pemahaman relasional yang mendalam (mampu mengaitkan berbagai konsep secara logis). Singkatnya, WoU adalah muatan pengetahuan substantif (*substantive knowledge*) yang berhasil diartikulasikan oleh siswa pada momen tertentu.²²

Sebaliknya, WoT mengacu pada karakteristik atau sifat dari tindakan mental itu sendiri. Jika WoU berurusan dengan produk pemikiran, maka WoT berurusan dengan "bagaimana" karakteristik proses berpikir siswa hingga mereka bisa menghasilkan produk pemahaman tersebut.²³ WoT mencakup skema kognitif, kebiasaan berpikir (*habits of mind*), keyakinan kognitif, serta strategi pemecahan masalah yang mendasari tindakan siswa. Sebagai contoh, dua orang siswa bisa saja menghasilkan WoU yang sama berupa jawaban angka yang benar untuk luas suatu lingkaran, namun mereka mungkin memiliki WoT yang bertolak belakang. Siswa pertama mungkin berpikir dengan karakteristik *memory-driven thinking* (berpikir berbasis hafalan linier), sedangkan siswa kedua menggunakan *structural-analytical reasoning* (berpikir analitis berbasis struktur geometris objek). Pemetaan WoT ini memberikan gambaran yang lebih jujur mengenai kualitas intelektual dan kesiapan kognitif siswa dalam jangka panjang.²⁴

²¹ Harel, G. *DNR-Based* ..., 487-500.

²² Christina Monika Samosir dan Tatang Herman, "Students' Ways of Understanding and Thinking Based on Harel's Theory in Solving Set Problems". *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, Vol. 7, No. 2, (Desember 2023): 169-179.

²³ Harel, G. *DNR-Based* ..., 487-500.

²⁴ Ahmad Nur Iryanto Saputra, dkk, "Ways of Thinking Dan Ways of Understanding Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Rasional Ditinjau Dari Teori Harel". *Jurnal Pendidikan Mandala*, Vol. 10, No. 2, (Juni 202): h. 832.

3. Hubungan Timbal Balik *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* (*Duality Principle*)

Hubungan antara WoT dan WoU bersifat saling berkaitan dan tidak dapat dipisahkan. Keterikatan kedua dimensi kognitif ini dijelaskan oleh Harel melalui Prinsip Dualitas (*Duality Principle*). Melalui prinsip tersebut, ditegaskan bahwa produk pemahaman (*Ways of Understanding*) yang dihasilkan oleh siswa merupakan akibat langsung dari bagaimana cara mereka berpikir (*Ways of Thinking*). Sebaliknya, kualitas dan kematangan cara berpikir siswa (WoT) juga dibentuk oleh kumpulan pengalaman pemahaman (WoU) yang telah mereka peroleh dan kuasai selama kegiatan pembelajaran.²⁵

Dampak pedagogis dari Prinsip Dualitas ini menunjukkan bahwa Guru tidak dapat mengintervensi atau mengubah WoT siswa secara instan tanpa adanya keterlibatan aktivitas belajar. Kemampuan berpikir kritis dan analitis tidak akan terbentuk apabila siswa tidak pernah diberikan stimulus yang memicu lahirnya WoU yang bermakna. Peningkatan kualitas WoT hanya akan terwujud jika siswa secara berkelanjutan didorong untuk menghasilkan WoU yang beragam, menantang, dan kontekstual. Melalui akumulasi pengalaman pemahaman tersebut, struktur kognitif dalam diri siswa akan mengalami reorganisasi sehingga karakteristik cara berpikir mereka berkembang menjadi lebih matang.²⁶ Dengan demikian, analisis dan pendeskripsian secara mendalam terhadap seluruh respon serta hasil kerja siswa (sebagai wujud dari WoU) menjadi metode yang sangat tepat bagi peneliti untuk memetakan dan mengidentifikasi bagaimana karakteristik WoT serta WoU yang dimiliki siswa ketika menyelesaikan persoalan geometri seperti lingkaran.

C. Kriteria Seseorang Memenuhi WoT dan WoU pada Materi Lingkaran

1. *Ways of Thinking* (WoT)

²⁵ Harel, G. *DNR-Based ...*, 487-500.

²⁶ A. W. Yanti, dkk, "Pemahaman Konsep Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Fungsi Kuadrat Menurut Teori Kilpatrick". *Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, Vol. 7, No. 1, (Juli 2022): 34.

Seseorang dikatakan memenuhi WoT pada materi lingkaran apabila mampu mengidentifikasi unsur-unsur lingkaran, menghubungkan konsep-konsep yang relevan, menggunakan penalaran matematis, serta menerapkan strategi pemecahan masalah secara tepat. Misalnya mengetahui hubungan diameter dengan jari-jari, menjelaskan mengapa rumus berlaku serta dapat memilih strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah lingkaran.

2. *Ways of Understanding (WoU)*

Seseorang dikatakan memenuhi WoU apabila mampu memahami makna konsep lingkaran secara mendalam, menjelaskan rumus secara konseptual, mengaplikasikan konsep dalam berbagai konteks, serta menginterpretasikan hasil dan mengaitkannya dengan kehidupan nyata. Misalnya menjelaskan apa itu lingkaran dengan bahasanya sendiri, mengerti bahwa luas berasal dari proses (misalnya pendekatan pemotongan lingkaran), dan dapat mengaitkan konsep lingkaran dalam kehidupan nyata.²⁷

D. Hakekat Pemahaman Konsep

1. Pengertian Pemahaman Konsep

Pemahaman diartikan sebagai kecakapan individu dalam mengambil intisari atau esensi suatu hal. Tingkat pemahaman kita ditentukan oleh seberapa erat berbagai gagasan, prosedur, atau fakta yang terkait satu sama lain. Sebuah konsep atau ide dalam matematika, misalnya, dikatakan dipahami secara menyeluruh ketika semua bagiannya saling terhubung dan membentuk sebuah jaringan informasi yang kuat.²⁸ Indikator utama seseorang telah memiliki pemahaman adalah kemampuannya dalam menjelaskan kembali suatu konsep secara terperinci menggunakan gaya bahasa

²⁷ Jasmine Salsabila Lutfi dan Tatang Herman, “Ways of Understanding dan Ways of Thinking Siswa MAN Berdasarkan Teori Harel dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Lingkaran”. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Vol. 8, No. 1, (2023): 16-23.

²⁸ Nila Kesumawati, “Pemahaman Konsep Matematik Dalam Pembelajaran Matematika”, *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta*, (2008): 229–35.

atau redaksi kalimatnya sendiri.²⁹

Dalam konteks Guruan matematika, penguasaan konsep menempati posisi sebagai tujuan pokok yang wajib dikuasai oleh setiap siswa. Kemampuan ini menjadi fondasi bagi penguasaan kompetensi matematika lainnya.³⁰ Pemahaman konsep merupakan kompetensi siswa dalam menyerap makna dan menerapkan konsep dalam prosedur atau algoritma yang terstruktur. Ini berarti mereka bisa menggunakan prosedur tersebut dengan fleksibel, akurat, efisien, dan tepat. Lebih dari itu, menguasai pemahaman konsep juga membutuhkan kemampuan berpikir abstrak yang tinggi. Siswa yang menguasai suatu konsep mampu menjelaskannya dengan kata-kata mereka sendiri, bukan hanya sekadar menghafal. Mereka juga mampu mengelompokkan atau membedakan objek ke dalam kategori contoh dan noncontoh dari konsep tersebut. Selain itu, mereka dapat menemukan dan menjelaskan hubungan antara konsep yang baru dipelajari dengan konsep-konsep lain yang sudah mereka pahami sebelumnya. Oleh karena itu, peningkatan pemahaman konsep matematika pada siswa sangatlah penting. Ini adalah salah satu faktor utama yang berkontribusi pada tercapainya tujuan pembelajaran serta optimalisasi hasil belajar siswa.³¹

a. Pemahaman Konsep Menurut Pandangan Awam

Dalam pandangan awam atau secara umum, pemahaman konsep sering kali dianggap sebagai kemampuan untuk mengingat dan menyebutkan kembali informasi yang telah dipelajari. Beberapa ciri khas pemahaman konsep menurut pandangan awam meliputi:

1) Orientasi Prosedural: Banyak orang menganggap bahwa memahami konsep

²⁹ Yuyun Damayanti dan Ika Wahyu Anita, "Karakteristik Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa Kelas VIII Di Mts Az-Zahra Parongpong Berdasarkan Gender". *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, Vol. 6, No. 5, (September 2023): 1831-1840.

³⁰ Yunico L. Maurel, Kristoforus D. Djong, Wilfridus B. N. Dosinaeng, "Analisis Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMA Pada Materi Program Linear". *Jurnal Kependidikan Matematika*, vol. 2, no. 1, (2020): 47 – 56.

³¹ Ari Septian, Deby. A dan Destysa.M, "Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Student Teams Achievement Division (STAD) untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematikal". *Mathema Journal*, Vol. 2 No. 2, (Juli, 2020).

matematika berarti sudah hafal rumus dan tahu langkah-langkah perhitungan secara runtut.

- 2) Penguasaan Hafalan: Memahami konsep sering disalahartikan sebagai kemampuan mendefinisikan sesuatu secara tekstual sesuai dengan apa yang tertulis di buku teks tanpa kemampuan melakukan modifikasi.
- 3) Fokus pada Hasil Akhir: Pandangan awam cenderung menilai pemahaman seseorang hanya dari kebenaran jawaban akhir, bukan pada proses penalaran atau alasan di balik langkah yang diambil.

b. Pemahaman Konsep Menurut Para Ahli

Zulkardi mendefinisikan kemampuan pemahaman konsep matematika sebagai kompetensi yang dikuasai siswa guna memecahkan berbagai persoalan atau tugas-tugas matematika.³² Sumarno mengkategorikan pemahaman matematika ke dalam dua level, yaitu tingkat rendah dan tingkat tinggi. Pengkategorian ini didasarkan pada derajat kompleksitas aktivitas matematis yang dituntut dalam penyelesaiannya. pemahaman tingkat rendah mencakup tipe mekanikal, induktif, komputasional, dan instrumental. Level ini dicirikan oleh dominasi aktivitas kognitif dasar seperti mengenal, mengingat, serta penerapan prosedur atau rumus secara rutin pada kasus-kasus sederhana. Adapun pemahaman matematik tingkat tinggi meliputi tipe rasional, intuitif, fungsional, dan relasional. Pada level ini, karakteristik pemahaman siswa jauh lebih kompleks, meliputi kemampuan pembuktian teorema, estimasi kebenaran (konjektur), serta kemampuan mengkoneksikan berbagai prinsip matematika dengan kesadaran penuh terhadap proses yang dilakukan.³³

Menurut Slameto, pemahaman konsep didefinisikan sebagai kemampuan siswa untuk memaknai ilmu pengetahuan secara ilmiah. Dalam konteks ini, siswa tidak

³² Rohmah, Miftakur, “Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas V Materi Pecahan”, *Jurnal Ilmiah Pendidikan Madrasah Ibtidaiyah*, Vol. 8, No. 2 (2024).

³³ Hendriana, Heris, “Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah dan Strategi Think Talk and Write”, *Jurnal Ilmu Pendidikan dan Pengajaran*, Vol. 1 No. 1, (Maret 2014).

hanya dituntut untuk menyerap informasi yang dikomunikasikan, tetapi juga mampu memanfaatkannya secara langsung. Kompetensi ini menjadi sangat esensial pasca-proses pembelajaran, karena menjadi modal utama dalam memecahkan masalah. Lebih jauh lagi, pemahaman konsep idealnya tidak berhenti pada tahap pengenalan semata, melainkan menuntut siswa untuk mampu membangun koneksi (keterkaitan) antara satu konsep dengan konsep lainnya.³⁴

2. Karakteristik Pemahaman Konsep

Karakteristik pemahaman konsep yang diteliti menggunakan teori dari Kilpatrick yaitu:

1. *Interpreting*, yaitu menyatakan ulang suatu konsep dengan bahasa sendiri
2. *Exemplifying*, yaitu membedakan contoh dan non contoh
3. *Representation*, yaitu menggunakan model, diagram dan simbol-simbol untuk merepresentasikan suatu konsep
4. *Procedural Fluency*, yaitu mengurutkan langkah perlangkah dalam penyelesaian masalah
5. *Application*, yaitu menerapkan prinsip-prinsip matematika guna menemukan solusi masalah, baik yang berada di ranah akademis maupun yang berkaitan dengan fenomena nyata di lingkungan sekitar.³⁵

Tingkat penguasaan konsep seseorang dapat diukur berdasarkan ketercapaian indikator-indikator yang telah ditetapkan. Secara operasional, indikator berfungsi sebagai parameter atau acuan yang memberikan arahan bagi peneliti dalam mengembangkan alat ukur yang valid. NCTM merinci indikator pemahaman matematis yaitu:

- 1) Menyatakan ulang sebuah konsep, baik secara lisan maupun tertulis
- 2) Memberikan contoh dan bukan contoh dari konsep yang dipelajari

³⁴Aning Wida Yanti, "Pemahaman Konsep Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah...", h. 42.

³⁵Aning Wida Yanti, dkk, "Pemahaman Konsep Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Fungsi Kuadrat Menurut Teori Kilpatrick", *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, Vol. 7, No. 1, (2022), hal. 30-49.

- 3) Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis, seperti model, diagram, atau simbol-simbol
- 4) Mengubah satu bentuk representasi ke bentuk representasi yang lain
- 5) Memahami ragam makna serta interpretasi konsep dalam berbagai konteks.
- 6) Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep dan menentukan syarat perlu maupun syarat cukup dari konsep tersebut.
- 7) Melakukan perbandingan dan diferensiasi (pembedaan) terhadap berbagai konsep matematika.³⁶

3. Indikator Karakteristik Pemahaman Konsep

Berdasarkan teori dari Kilpatrick, lima karakteristik pemahaman konsep dalam penelitian ini diadaptasi menjadi indikator praktis guna mengidentifikasi pemahaman siswa di lapangan. Melalui kode analisis ini, data yang diperoleh akan diklasifikasikan berdasarkan kategori WoT dan WoU siswa.

Tabel 2. 1 Indikator Pemahaman Konsep Matematis

Karakteristik Indikator	Indikator
Penyajian Ulang (<i>Interpreting</i>)	Siswa mampu mendeskripsikan kembali suatu konsep atau informasi matematika menggunakan bahasa atau kalimatnya sendiri tanpa mengubah makna aslinya.
Pemberian Contoh (<i>Exemplifying</i>)	Siswa mampu memberikan contoh yang relevan atau mengenali objek yang termasuk (contoh) dan tidak termasuk (bukan contoh) dari suatu konsep.
Representasi (<i>Representation</i>)	Siswa mampu mengubah satu bentuk penyajian konsep ke dalam bentuk penyajian lain (misal: dari teks ke gambar, tabel, atau simbol matematika).
Kelancaran Prosedur (<i>Procedural Fluency</i>)	Siswa mampu menerapkan langkah-langkah atau algoritma perhitungan secara tepat, berurutan, dan akurat untuk menyelesaikan masalah.

³⁶ Een Unaenah dan Muhammad Syarif Sumantri. "Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas 5 Sekolah Dasar Pada Materi Pecahan", *Jurnal Basicedu*, vol.3 no.1, (2019): 106-111.

Penerapan (<i>Application</i>)	Siswa mampu menggunakan konsep dan prosedur matematika untuk menyelesaikan masalah pada situasi baru atau masalah dalam kehidupan sehari-hari.
-------------------------------------	--

Berdasarkan *DNR-based instruction* yang dikembangkan oleh Guershon Harel, pemahaman matematika siswa harus ditinjau dari dua dimensi yang saling berkaitan (*Duality Principle*), WoU dan WoT.³⁷ Tindakan mental (*mental acts*) yang dilakukan siswa akan menghasilkan produk pemikiran tertentu yang disebut sebagai WoU, sedangkan karakteristik atau sifat dari tindakan mental yang mengarahkan siswa hingga menghasilkan produk tersebut dinamakan WoT.

Untuk mengidentifikasi proses dan produk kognitif tersebut di lapangan, lima karakteristik pemahaman konsep dari teori Kilpatrick diadaptasi menjadi indikator praktis dalam penelitian ini. Melalui kode analisis indikator tersebut, data yang diperoleh dari hasil pengerjaan siswa akan diklasifikasikan ke dalam kategori WoT dan WoU secara spesifik. Berikut adalah rancangan teoritis mengenai kemungkinan-kemungkinan karakteristik WoT dan WoU siswa pada setiap indikator pemahaman konsep matematika:

1. Penyajian Ulang (*Interpreting*)

Siswa dinyatakan memenuhi indikator ini apabila mampu mendeskripsikan kembali suatu konsep atau informasi matematika menggunakan bahasa atau kalimatnya sendiri tanpa mengubah makna aslinya.

a. Kemungkinan WoT Siswa

- 1) *Memory-Driven Thinking*: Tindakan mental siswa dalam menginterpretasikan konsep dikendalikan penuh oleh ingatan jangka pendek atau hafalan teks semata.
- 2) *Structural Reconstructive Thinking*: Siswa berpikir dengan cara mengolah kembali informasi geometris yang telah dipelajari, lalu menyusunnya

³⁷ Harel, G. *DNR-Based ...*, 487-500.

menjadi penjelasan baru yang logis di dalam kognisinya³⁸

b. Kemungkinan WoU Siswa

- 1) *Pemahaman Instrumental*: Siswa memaknai luas lingkaran sebatas aspek algoritmanya saja, yaitu mendefinisikannya secara kaku sebagai rumus matematika.
- 2) *Pemahaman Relasional*: Siswa mampu memaknai konsep luas secara spasial, yaitu menyatakannya sebagai ukuran besar daerah bidang datar yang berada di dalam batasan lingkaran³⁹

2. Pemberian Contoh (*Exemplifying*)

Siswa dinyatakan memenuhi indikator ini apabila mampu memberikan contoh yang relevan atau mengenali objek yang termasuk (contoh) dan tidak termasuk (bukan contoh) dari suatu konsep.

a. Kemungkinan WoT Siswa

- 1) *Perceptual-Based Thinking*: Siswa mengambil keputusan dalam mengelompokkan objek hanya berdasarkan pada apa yang terlihat oleh indra penglihatan tanpa menganalisis sifat geometrisnya.
- 2) *Analytical-Classification Reasoning*: Siswa melakukan proses berpikir dengan membandingkan karakteristik beberapa situasi, lalu menarik argumen logis untuk mengklasifikasikan objek yang sesuai konsep luas.⁴⁰

b. Kemungkinan WoU Siswa

- 1) *Pemahaman Atribut Parsial*: Siswa mengenali contoh objek berbentuk lingkaran hanya berdasarkan ciri visual permukaannya yang bulat secara umum.
- 2) *Pemahaman Atribut Esensial*: Siswa memahami batasan konsep secara jelas sehingga mampu membedakan objek dua dimensi yang memiliki luas

³⁸ Harel, G. *DNR-Based* ...,487-500.

³⁹ R. R. Skemp, "Relational Understanding and Instrumental Understanding", *Mathematics Teaching*, Vol. 77, (1976), p. 20-26.

⁴⁰ Harel, G. *DNR-Based* ...,487-500.

permukaan dengan objek satu dimensi yang hanya memiliki panjang garis keliling.⁴¹

3. Representasi (*Representation*)

Siswa dinyatakan memenuhi indikator ini apabila mampu mengubah satu bentuk penyajian konsep ke dalam bentuk penyajian lain, seperti dari bentuk teks ke dalam bentuk gambar, tabel, atau simbol matematika.

a. Kemungkinan WoT Siswa

- 1) *Rigid Symbolic Thinking*: Siswa memandang simbol dan rumus matematika sebagai kode mati yang terisolasi, sehingga kesulitan menuangkannya ke dalam bentuk model visual.
- 2) *Representational Flexibility*: Siswa berpikir menggunakan penalaran translatif, yaitu mampu mentranslasikan informasi dari sistem kata-kata tertulis ke dalam representasi mental visual, lalu mengubahnya kembali ke kode simbolik rumus.⁴²

b. Kemungkinan WoU Siswa

- 1) *Representasi Terfragmentasi (Terpisah)*: Siswa mampu menuliskan simbol matematika ($r = 7\text{cm}$) tetapi gambar lingkaran yang dibuatnya keliru atau tidak sinkron (misalnya, menarik garis diameter tetapi ditulis sebagai jari-jari). Hubungan antar-representasi objek masih terputus.
- 2) *Representasi Terintegrasi*: Siswa menunjukkan produk pemahaman yang utuh di mana bentuk visual (gambar lingkaran lengkap dengan titik pusat dan garis jari-jari) sinkron secara matematis dengan ekspresi simbolik aljabar rumus luasnya ($L = \pi \times r^2$).⁴³

4. Kelancaran Prosedur (*Procedural Fluency*)

⁴¹ Aning Wida Yanti, dkk, "Pemahaman Konsep Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Fungsi Kuadrat Menurut Teori Kilpatrick", *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, Vol. 7, No. 1, (2022), hal. 30-49.

⁴² Harel, G. *DNR-Based ...*, 487-500.

⁴³ Muhamad Sabirin, "Representasi dalam Pembelajaran Matematika", *Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 1, No. 2, (2014): h. 33.

Siswa dinyatakan memenuhi indikator ini apabila mampu menerapkan langkah-langkah atau algoritma perhitungan secara tepat, berurutan, dan akurat untuk menyelesaikan masalah.

a. Kemungkinan WoT Siswa

- 1) *Algorithmic-Linear Thinking*: Cara berpikir siswa cenderung kaku dan linier, di mana langkah penyelesaian harus selalu mengikuti satu jalur algoritma yang sudah dihafalnya.
- 2) *Transformational Reasoning*: Siswa menerapkan penalaran transformasi melalui manipulasi simbol aljabar secara berurutan dan terarah, mulai dari melakukan substitusi angka hingga penyederhanaan hitungan pecahan.⁴⁴

b. Kemungkinan WoU Siswa

- 1) *Pemahaman Prosedural Mekanis*: Siswa memahami bagaimana cara menjalankan operasi hitung secara berurutan hingga selesai, tetapi tidak mengetahui makna operasional di balik lambang yang digunakannya.
- 2) *Pemahaman Prosedural Efisien*: Siswa memahami esensi dari angka yang dihadapi sehingga mampu memilih nilai konstanta pembagi pecahan yang paling taktis demi mempermudah hitungan.⁴⁵

5. Penerapan (*Application*)

Siswa dinyatakan memenuhi indikator ini apabila mampu menggunakan konsep dan prosedur matematika untuk menyelesaikan masalah pada situasi baru atau masalah dalam kehidupan sehari-hari.

a. Kemungkinan WoT Siswa

- 1) *Surface-Level Thinking*: Siswa menyelesaikan soal cerita hanya dengan berfokus pada kata kunci di permukaan atau langsung mencomot angka yang tertulis tanpa menganalisis situasi masalahnya terlebih dahulu.

⁴⁴ Harel, G. *DNR-Based ...*, 487-500.

⁴⁵ N. Ulandari dan H. Julie, "Analisis Kelancaran Prosedural Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri". *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 5, No. 3, (2021): 2341- 2352.

- 2) *Systemic Problem-Solving Reasoning*: Cara berpikir siswa bergerak secara sistematis melewati tahapan pemecahan masalah, mulai dari menganalisis informasi, merancang strategi penyelesaian bertahap, hingga mengeksekusinya menggunakan penalaran logis.⁴⁶

b. Kemungkinan WoU Siswa

- 1) *Pemahaman Konseptual Terisolasi*: Siswa memahami rumus matematika saat berada di dalam ruang kelas, tetapi gagal mengaitkan fungsi rumus tersebut ketika dihadapkan pada konteks soal cerita dunia nyata.
- 2) *Pemahaman Fungsional-Konseptual*: Siswa memiliki pemahaman yang adaptif, di mana mereka memahami makna fungsional dari setiap komponen variabel dalam soal cerita untuk kemudian dikaitkan dengan rumus geometri yang relevan.

4. Karakteristik Respons Siswa dalam Pemahaman Konsep Geometri

Proses pemecahan masalah matematika, khususnya pada materi geometri seperti lingkaran, melibatkan konstruksi pemahaman kognitif yang berbeda-beda pada setiap individu. Variasi pemahaman ini tidak sekadar terlihat dari benar atau salahnya hasil akhir hitungan, melainkan tercermin secara mendalam melalui karakteristik respons, gaya berpikir, dan langkah-langkah penyelesaian tertulis. Pemetaan respons siswa ke dalam beberapa kecenderungan teoritis menjadi instrumen penting untuk membedah kualitas pemahaman tersebut secara komprehensif. Analisis ini bertujuan mengidentifikasi kemampuan siswa dalam memaknai konsep geometri secara relasional, alih-alih sekadar menghafal algoritma secara mekanis. Penjabaran karakteristik respons siswa berdasarkan indikator-indikator pemahaman konsep adalah sebagai berikut:

- 1) Penyajian ulang (*interpreting*)
Analisis indikator:

⁴⁶ Aning Wida Yanti, dkk, "Pemahaman Konsep Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Fungsi Kuadrat Menurut Teori Kilpatrick", *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, Vol. 7, No. 1, (2022), hal. 30-49.

a. *Concept Definition*

Siswa mendefinisikan luas lingkaran murni menggunakan ingatan kalimat formal matematis yang kaku dari buku teks atau langsung mengidentifikasikannya sebagai rumus formal ($L = \pi \times r^2$). Fokus mereka adalah kebahasaan formal matematika.

b. *Concept Image*

Siswa menjelaskan luas lingkaran berdasarkan visualisasi internal atau bayangan di kepala mereka (citra mental). Contoh responnya: menyebut luas sebagai "isinya bulatan", "seluruh permukaan uang koin", atau "daerah datar yang ada di dalam garis lingkaran".⁴⁷

c. *Instrumental Understanding*

Siswa hanya menuliskan rumus ($L = \pi \times r^2$), dan ketika diminta menjelaskan definisi luas, mereka hanya menjawab "cara mencarinya adalah phi dikali r dikali r ".⁴⁸

2) *Pemberian contoh (Exemplifying)*

Analisis indikator:

a. *Pemilihan Berbasis Atribut Esensial (Criterial Attribute)*

Siswa secara akurat memilih (b) Luas meja bundar dengan alasan bahwa kegiatan tersebut menghitung seluruh permukaan bidang. Mereka menolak opsi pagar dan roda karena sadar bahwa itu hanya mengukur panjang lintasan/garis pinggir (keliling).

b. *Pemilihan Berbasis Atribut Permukaan/Pengecoh (Surface Attribute)*

Siswa memilih opsi pagar atau roda. Alasannya: "karena roda itu bentuknya bulat/lingkaran".⁴⁹

⁴⁷ Yasinta Rahman, Zulhendri, Zulfah, "Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa SMP Negeri 1 Bangkinang". *Jurnal Pemikiran dan Penelitian Pendidikan Matematika (JP3M)*, Vol. 8, No. 1 (2025): 51-63.

⁴⁸ Fajri Elang Giriansyah, Heni Pujiastuti, Ihsanudin Ihsanudin, "Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Berdasarkan Teori Skemp Ditinjau dari Gaya Belajar". *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol. 7, No. 01, (2022): 751-765.

3) Representasi (*representation*)

Analisis indikator:

a. Translasi Multi-Representasi Akurat

Siswa kemungkinan mampu mengkonversi bahasa verbal (teks soal) menjadi representasi piktorial (sketsa geometri lingkaran) secara proporsional, serta memetakannya dengan tepat ke dalam representasi simbolik (model matematika unsur r atau d serta membuat rumus luas lingkaran).⁵⁰

b. Tipe Analitik-Aljabar (*Analytic Type*)

Siswa kemungkinan mengabaikan instruksi representasi visual (tidak menggambar sketsa) dan langsung melompat pada representasi aljabar/symbolik karena mereka memproses ruang geometri murni melalui logika angka.⁵¹

4) Kelancaran Prosedur (*Procedural Fluency*)

Analisis indikator:

a. Eksekusi Algoritmik Luwes (*Fluid Algorithmic Execution*)

Siswa kemungkinan mampu menjustifikasi pemilihan nilai π secara logis (memakai $\frac{22}{7}$ untuk kelipatan 7 dan 3,14 untuk selainnya) serta menyelesaikan operasi perkalian pecahan dan desimal tanpa kesalahan hitung.

b. Fiksasi Algoritmik/Kekakuan (*Algorithmic Fixation*)

Siswa kemungkinan memaksakan penggunaan satu jenis algoritma saja (misalnya selalu menggunakan $\pi = \frac{22}{7}$ meskipun jari-jarinya 10) yang menyebabkan kebuntuan operasi hitung pada langkah selanjutnya.⁵²

⁵⁰ Anisa Fitri Nur Rahmah, Nur Fauziyah, Sri Suryanti, "Analisis Translasi Representasi Matematis dalam Menyelesaikan AKM Data dan Ketidakpastian Berdasarkan Gaya Berpikir". *JlIP (Jurnal Ilmiah Ilmu Pendidikan)*, Vol. 7, No. 1 (2024): 1066 -1073.

⁵¹ Nurul Diah Puspitasari dan Susanah, "Analisis Representasi Matematis Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Aritmatika Sosial". *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Vol. 11, No.3, (2022): 958-957.

⁵² Arni Safitri, Karunia Eka Lestari, "Analisis Kelancaran Prosedural Matematis Siswa Berdasarkan Kemandirian Belajar". *Jurnal Educatio*, Vol. 8, No. 2, (2022): 444-452.

c. Defisit Keterampilan Proses (*Process Skill Deficit*)

Siswa kemungkinan gagal di tengah jalan. Mereka menuliskan rumus luas lingkaran yang benar, namun melakukan kesalahan murni pada tahapan komputasi dasar (misalnya keliru mengoperasikan perkalian pecahan, atau salah menempatkan koma pada bilangan desimal 3,14).

5) Penerapan (*application*)

Analisis indikator:

a. Reduksi Konseptual-Abstrak (*Decontextualized-Abstract Style*)

Siswa langsung menuliskan rumus formal lingkaran penuh ($L = \pi r^2$) diikuti barisan operasi hitung angka mentah. Pada lembar jawaban, siswa sama sekali tidak menuliskan kata-kata kontekstual dari soal (seperti kata: "meja", "taman", "lapangan", atau "daerah sisa"). Selain itu, siswa tipe ini mengabaikan penulisan satuan luas pangkat dua (m^2 atau cm^2) di akhir jawabannya (hanya menuliskan angka hasil akhir saja).

b. Labeling Kontekstual Utuh (*Fully-Labeled Contextual Style*)

Siswa secara disiplin mengikatkan matematika dengan teks cerita di sepanjang alur pengerjaannya. Di lembar jawaban, siswa menuliskan label penjelas di setiap baris (misal: menulis "*Luas meja bulat = ...*" atau "*Luas area yang tidak terkena lingkaran = ...*"). Siswa juga secara akurat menutup pengerjaan dengan menuliskan kesimpulan kalimat serta mencantumkan satuan turunan luas (m^2 atau cm^2) secara tepat di akhir jawaban.⁵³

E. Penelitian Relevan

Keberadaan studi terdahulu yang relevan menjadi pijakan penting untuk memberikan gambaran serta kemudahan dalam menjalankan alur penelitian. Diantara penelitian-penelitian relevan mengenai pemahaman konsep yaitu penelitian yang dilakukan oleh Jefri, Firman dan Yanti pada tahun 2024. Penelitian ini dilakukan di

⁵³ Viktor Zebua, Yulisman Zega, "Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Lingkaran Di Kelas Viii Smp Negeri 1 Amandraya". *Indo-MathEdu Intellectuals Journal*, Vol. 5, No. 2, (2024): 1740-1751.

SMP Negeri 7 Pematang Siantar dengan judul *Analisis Pemahaman Konsep Siswa Pada Lingkaran Kelas IX UPTD SMP Negeri 7 Pematang Siantar*. Hasil penelitian ini menunjukkan Siswa yang memiliki kemampuan pemahaman konsep matematika rendah memenuhi dua indikator yaitu: (1) mampu menyatakan ulang sebuah konsep, menentukan rumus dan menyelesaikan soal lingkaran lengkap dan tidak benar. (2) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematika, menghitung menggunakan rumus yang telah dipelajari dengan tidak lengkap dan benar. Siswa yang memiliki kemampuan Pemahaman konsep matematika sedang memenuhi tiga indikator yaitu: (1) mampu menyatakan ulang sebuah konsep rumus dan menyelesaikan soal lingkaran dengan lengkap dan benar. (2) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematika, menghitung menggunakan rumus yang telah dipelajari dengan lengkap dan tidak benar (3) Mengaplikasikan konsep algoritma pada pemecahan masalah, mengaitkan konsep lingkaran yang ada dalam kehidupan sehari-hari dengan lengkap dan tidak benar. Siswa yang memiliki kemampuan Pemahaman konsep matematika tinggi memenuhi tiga indikator yaitu: (1) mampu menyatakan ulang sebuah konsep dan menyelesaikan soal lingkaran dengan lengkap dan benar. (2) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematika, Menghitung menggunakan rumus yang telah dipelajari dengan lengkap dan benar (3) Mengaplikasikan konsep algoritma pada pemecahan masalah, mengaitkan konsep lingkaran yang ada dalam kehidupan sehari-hari dengan lengkap dan tidak benar.⁵⁴

Penelitian lain yang dilakukan oleh Hani Nurhasanah pada tahun 2019. Penelitian ini di lakukan di salah satu SMA di Kota Bandung dengan judul *Ways of Thinking (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) Siswa dalam Menyelesaikan Masalah pada Vektor Ditinjau dari Teori Harel*. Temuan penelitian menunjukkan adanya hubungan timbal balik antara WoT dan WoU siswa. Kemampuan memahami

⁵⁴ Jefri Oktolius Siburian, Firman Pangaribuan, Yanty Maria R. Marbun, “Analisis Pemahaman Konsep Siswa Pada Lingkaran Kelas IX UPTD SMP Negeri 7 Pematang Siantar”. *Innovative: Journal Of Social Science Research*, vol. 4, no.1, (2024): 6195-6208.

konsep akan mengarahkan alur berpikir siswa saat memecahkan soal matematika, begitu pula pola pikir yang terbangun akan memperkuat pemahaman konsep mereka. Karakteristik WoT dan WoU pada tiap kategori dibentuk oleh dua elemen utama, yakni faktor eksternal berupa prinsip-prinsip pembelajaran (*instructional principles*) Harel serta faktor internal yang meliputi motivasi diri (*self-motivation*). Interaksi kedua faktor inilah yang menjadikan pola WoT dan WoU setiap siswa bersifat khas dalam menyelesaikan permasalahan vektor.⁵⁵

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, dapat diketahui bahwa penelitian mengenai pemahaman konsep pada materi lingkaran telah banyak dilakukan, namun masih terbatas pada pengukuran tingkat pemahaman konsep siswa. Di sisi lain, penelitian mengenai WoT dan WoU telah dilakukan, tetapi belum secara spesifik diterapkan pada materi lingkaran di tingkat SMP/MTs. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji secara lebih mendalam mengenai karakteristik WoT dan WoU siswa dalam memahami konsep lingkaran, sehingga diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih komprehensif tentang proses berpikir dan pemahaman siswa.

F. Kerangka Berpikir

Kerangka berpikir, atau sering disebut sebagai kerangka konseptual, merupakan model konseptual yang memetakan hubungan antara teori dengan berbagai faktor penting yang telah diidentifikasi dalam penelitian. Selain itu, kerangka ini berfungsi untuk memberikan penjelasan sementara (tentatif) terhadap gejala atau permasalahan yang menjadi objek kajian.

⁵⁵ Hani Nurhasanah, “*Ways of Thinking (WoT) (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) Siswa dalam Menyelesaikan Masalah pada Vektor Ditinjau dari Teori Harel*”. *Tesis*, (2019).



Gambar 2. 1 Kerangka Berpikir

Berdasarkan Gambar 2.1, alur berpikir siswa dimulai dari tahap Pemberian Masalah. Untuk meresponsnya, siswa melakukan Pemahaman Konsep dengan cara mengingat kembali dasar-dasar matematika yang mereka miliki. Setelah itu, masuklah ke tahap inti yaitu Aksi Mental. Di sinilah terlihat karakteristik berpikir siswa yang efektif dan sesuai dengan masalah yang dihadapi. Siswa memproses informasi menggunakan dua cara: WoT (strategi atau cara nalar mereka) dan WoU (seberapa paham mereka akan makna konsep tersebut). Gabungan dari cara bernalar dan pemahaman inilah yang akhirnya menghasilkan sebuah Penyelesaian Masalah. Dengan memetakan keseluruhan alur ini, kita bisa mendapatkan gambaran utuh tentang bagaimana proses kognitif siswa berjalan. Pemahaman yang komprehensif inilah yang nantinya menjadi acuan kuat bagi kita untuk merancang strategi pembelajaran matematika yang lebih efektif, bermakna, dan tepat sasaran.



BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang diterapkan adalah penelitian kualitatif. Penelitian ini bersifat alamiah pada latar sesungguhnya (*natural setting*), yang bermakna bahwa pengambilan data dilakukan dalam kondisi kewajaran dan apa adanya, tanpa adanya manipulasi, rekayasa, ataupun perlakuan (*treatment*) khusus dari peneliti terhadap kegiatan belajar subjek di MTsN 5 Pidie.

Karakteristik utama penelitian kualitatif ini adalah menempatkan peneliti sebagai alat penelitian utama (*human instrument*). Penerapan *human instrument* berarti peneliti sendiri yang secara langsung terjun ke lapangan untuk melakukan observasi, memberikan tes, dan melakukan wawancara dengan subjek. Kedudukan peneliti sebagai instrumen utama sangat mutlak diperlukan karena instrumen selain manusia (seperti soal tes tertulis atau pedoman wawancara) sifatnya sangat terbatas dan kaku. Sebagai *human instrument*, peneliti memiliki kepekaan dan fleksibilitas untuk beradaptasi dengan situasi di lapangan, merespons interaksi siswa secara langsung, serta menangkap ekspresi dan gestur siswa. Lebih lanjut, peneliti dapat langsung memberikan pertanyaan pelacakan (*probing*) yang disesuaikan dengan arah jawaban siswa, sehingga peneliti mampu menggali sedalam-dalamnya karakteristik proses berpikir WoT dan pemahaman WoU siswa yang tidak dapat direkam secara utuh jika hanya mengandalkan instrumen kertas.

Sejalan dengan pandangan Salim dan Haidir, pendekatan kualitatif lebih menitikberatkan pada orientasi proses dibandingkan hasil akhir. Oleh karena itu, penelitian ini memanfaatkan lingkungan alamiah sebagai sumber data utama, di mana peneliti terlibat aktif dalam mengamati, membuat catatan lapangan, serta menggali informasi yang relevan dengan fenomena yang sedang berlangsung.¹

¹ Salim dan Haidir, *Penelitian Pendidikan: Metode, Pendekatan, dan Jenis*, Jakarta: Kencana Prenadamedia Grup, (2019): 29.

Penelitian kualitatif diterapkan untuk mengkaji objek pada latar alamiah. Berbeda dengan eksperimen, penelitian ini dilakukan tanpa adanya manipulasi variabel dan tidak ditujukan untuk menguji hipotesis. Melalui penerapan kaidah-kaidah ilmiah yang ketat, hasil penelitian ini diharapkan mampu menangkap kondisi riil dan autentik yang terjadi di lapangan.

Metode yang diterapkan adalah deskriptif, yang difokuskan pada upaya membuat deskripsi atau gambaran secara sistematis, faktual, dan akurat mengenai kondisi objek penelitian. Sesuai dengan karakteristiknya, data yang dikumpulkan dan disajikan bukanlah berupa angka, melainkan dalam bentuk rangkaian kata atau narasi.² Data penelitian yang diperoleh melalui teknik observasi, wawancara mendalam, studi dokumentasi, serta catatan lapangan yang diolah secara kualitatif. Data tersebut tidak dikuantifikasi dalam bentuk numerik, melainkan dipertahankan dalam format deskriptif verbal. Hasil analisis disajikan sebagai paparan naratif yang mendalam mengenai fenomena atau situasi yang diteliti.³ Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tingkat kemampuan pemahaman konsep matematika siswa kelas VIII-10 di sekolah MTsN 5 Pidie.

B. Lokasi dan Waktu Penelitian

Lokasi penelitian ini dilakukan di MTsN 5 Pidie, di kelas VIII-10 pada materi Lingkaran. Waktu pelaksanaan penelitian berlangsung pada semester genap tahun ajaran 2025/2026. Penelitian ini dilakukan didasarkan pada Kurikulum nasional yang menekankan bahwa siswa tidak hanya harus mampu menyelesaikan prosedur, tetapi juga memahami makna dan aplikasi konsep khususnya geometri sebagai fondasi teknis dalam berbagai kompetensi keahlian, namun seringkali masih menghadapi kendala dalam memahami prinsip-prinsip geometri yang bersifat abstrak. Melalui pemilihan lokasi ini, peneliti dapat melakukan analisis mendalam mengenai

² Asep Kurniawan, *Metodologi Penelitian Pendidikan*, Bandung: PT Remaja Rosdakarya (2018), 37

³ Salim dan Haidir, *Penelitian Pendidikan: Metode, Pendekatan, dan Jenis.*, 30.

bagaimana siswa SMP/MTs menginternalisasi konsep lingkaran serta sejauh mana mereka mampu mengaplikasikannya tidak hanya secara prosedural, tetapi juga secara konseptual. Temuan penelitian ini diharapkan dapat memberikan referensi bagi guru dalam merancang strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk memperkuat pemahaman konsep matematis siswa, khususnya pada materi lingkaran, sehingga dapat mendukung keberhasilan belajar pada materi geometri selanjutnya.

C. Subjek Penelitian

Penelitian ini melibatkan siswa kelas VIII-10 MTsN 5 Pidie sebagai sumber data utama yang terlibat langsung dalam kegiatan pembelajaran matematika di sekolah. Pemilihan subjek dilakukan dengan mengelompokkan siswa ke dalam tiga kategori kemampuan matematika, yaitu kategori tinggi, sedang, dan rendah.

Penetapan subjek penelitian didasarkan pada beberapa pertimbangan. Pertama, subjek merupakan siswa yang masih terlibat aktif dalam lingkungan pembelajaran yang diteliti. Kedua, subjek memiliki ketersediaan waktu yang memadai untuk memberikan informasi secara mendalam. Ketiga, subjek mewakili tiga kategori kemampuan matematis (tinggi, sedang, rendah) sehingga dapat memberikan gambaran variasi karakteristik WoT dan WoU secara komprehensif.

Sumber data yang menjadi unit analisis dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII-10 MTsN 5 Pidie berdasarkan profil kemampuan matematika siswa. Penentuan subjek dalam penelitian ini menggunakan teknik *purposive sampling*, yaitu metode pengambilan sumber data yang didasarkan pada pertimbangan dan kriteria tertentu sesuai dengan tujuan penelitian, bukan secara acak.⁴ Kriteria pengelompokan subjek didasarkan pada perolehan nilai matematika (X) yang diperoleh dari nilai tes kemampuan awal yang terbagi ke dalam tiga kategori berikut:

1. Kategori tinggi, subjek yang dipilih adalah siswa kelas VIII dengan perolehan nilai matematika berada pada interval $X > 70$.
2. Kategori sedang, subjek yang dipilih adalah siswa kelas VIII dengan perolehan

⁴ Sugiyono, Metode Penelitian Pendidikan Kuantitatif, Kualitatif, R & D

nilai matematika berada pada interval $55 < X \leq 70$.

3. Kategori rendah, subjek yang dipilih adalah siswa kelas VIII dengan perolehan nilai matematika berada pada interval $X \leq 55$.

Berdasarkan kriteria tersebut, terpilih 3 siswa yang merepresentasikan masing-masing tingkat kemampuan. Selanjutnya, proses pengumpulan data terhadap subjek yang terpilih dilakukan melalui pendekatan observasi dan wawancara langsung untuk menggali proses berpikir serta pemahaman konsep mereka secara mendalam.

D. Instrumen Penelitian

1. Soal Tes

Dalam penelitian kualitatif ini, tes tulis berkedudukan sebagai instrumen pendukung, sedangkan instrumen utamanya tetap bertumpu pada peneliti (*human instrument*). Penyusunan instrumen tes ini mengacu pada indikator kemampuan pemahaman konsep yang telah ditetapkan. Berikut kisi-kisi soal berdasarkan indikator pemahaman konsep:

Tabel 3. 1 Kisi-Kisi Soal Tes

No soal	Indikator	Butir soal	Kriteria jawaban siswa	Skor
1.	Penyajian Ulang (<i>Interpreting</i>)	Jelaskan dengan bahasamu sendiri apa yang dimaksud dengan luas lingkaran dan bagaimana cara menentukannya.	Menjelaskan pengertian luas lingkaran secara tepat dan logis dengan bahasa sendiri, serta menyebutkan cara menentukannya (rumusnya) dengan benar.	4
			Menjelaskan pengertian luas lingkaran dengan bahasa sendiri, namun cara menentukannya kurang tepat, atau sebaliknya.	3
			Menjelaskan konsep dengan kurang tepat (masih tertukar dengan keliling) dan cara menentukannya salah.	2

			Jawaban tidak relevan dengan konsep luas lingkaran.	1
			Tidak ada jawaban.	0
2.	Pemberian Contoh (<i>Exemplifying</i>)	perhatikan kegiatan berikut. Manakah yang merupakan penggunaan konsep luas lingkaran? Jelaskan alasanmu. a. Menghitung panjang pagar taman berbentuk lingkaran b. Menghitung luas meja berbentuk bundar c. Menghitung diameter roda d. Menghitung jarak tempuh roda	Memilih opsi (b) dengan tepat dan memberikan alasan yang sangat jelas mengapa opsi lain (a, c, d) bukan merupakan penggunaan konsep luas (melainkan keliling/panjang).	4
			Memilih opsi (b) dengan tepat dan memberikan alasan yang cukup relevan, namun kurang detail dalam menjelaskan opsi lainnya.	3
			Memilih opsi (b) dengan tepat, tetapi tidak menyertakan penjelasan/alasan sama sekali.	2
			Memilih opsi yang salah, meskipun ada usaha untuk menjelaskan.	1
			Tidak ada jawaban.	0
3.	Representasi (<i>Representation</i>)	Lingkaran memiliki jari-jari cm. Gambarkan dan tuliskan model matematika untuk luas lingkaran tersebut!	Menggambar lingkaran dengan proporsional, memberi keterangan jari-jari 7 cm dengan tepat, dan menuliskan model matematikanya ($L = \pi r^2$).	4
			Menggambar lingkaran beserta keterangannya dengan tepat, tetapi tidak menuliskan model matematikanya, ATAU sebaliknya.	3
			Menggambar dan menuliskan model matematika, tetapi terdapat	2

			kesalahan konsep pada gambar atau rumus.	
			Hanya menggambar lingkaran asal-asalan tanpa keterangan atau menulis rumus yang salah total.	1
			Tidak ada jawaban.	0
4.	Kelancaran Prosedur (<i>Procedural Fluency</i>)	Sebuah lingkaran memiliki jari-jari 14 cm. tentukan luas lingkaran tersebut.	Menuliskan langkah penyelesaian secara runut (diketahui, rumus), menghitung dengan akurat, dan hasil akhir benar $L = 616\text{cm}^2$).	4
			Menuliskan langkah penyelesaian dengan runut, menggunakan rumus yang benar, namun terdapat kesalahan kecil (kalkulasi) pada hasil akhir.	3
			Menggunakan rumus yang salah atau keliru memasukkan angka, sehingga hasil akhir salah dan prosedur tidak sistematis.	2
			Menjawab dengan hasil akhir saja tanpa prosedur/langkah-langkah, dan hasilnya salah.	1
			Tidak ada jawaban.	0
5.	Penerapan (<i>Application</i>)	Siswa kelas VIII di MTsN 5 Pidie sedang merencanakan kegiatan penghijauan di halaman sekolah. Mereka akan membuat sebuah taman berbentuk lingkaran di depan kelas. Panitia	Mengidentifikasi informasi (diameter = 14 m, maka jari-jari = 7 m), menerapkan rumus luas lingkaran dengan tepat, menghitung dengan akurat 154 m^2), dan menyimpulkan sesuai konteks.	4
			Mengidentifikasi informasi dengan benar dan menerapkan rumus, namun ada kesalahan perhitungan (hasil salah) atau lupa	3

		mencatat bahwa diameter taman tersebut adalah 14 meter. Seluruh bagian taman akan ditanami rumput agar terlihat rapi dan indah. Agar dapat memperkirakan jumlah rumput yang dibutuhkan, siswa diminta untuk menghitung luas taman tersebut. Berapakah luas taman yang harus ditanami rumput?	menyertakan satuan dan kesimpulan kontekstual.	
			Gagal mengidentifikasi bahwa yang diketahui adalah diameter (langsung menggunakan 14 sebagai jari-jari), sehingga hasil perhitungannya menjadi tidak tepat pada konteks soal.	2
			Tidak mampu menerjemahkan soal cerita ke dalam bahasa matematika dan langkah penyelesaiannya tidak terarah.	1
			Tidak ada jawaban.	0

2. Pedoman Wawancara

Wawancara digunakan untuk mengkonfirmasi alasan di balik jawaban siswa sehingga peneliti dapat membedakan produk pemahaman WoU dan karakteristik proses penalaran yang digunakan WoT.

Tabel 3. 2 Pedoman Wawancara

Indikator	Pedoman wawancara
Interpreting	“Menurut kamu luas lingkaran itu apa? Dan bagaimana cara kita menentukan luas suatu lingkaran?”
Exemplifying	“Menurut kamu jawaban pada nomor dua apakah sudah benar? Coba jelaskan alasannya kenapa poin yang kamu pilih benar sedangkan yang lain salah.”
Representation	“Menurut kamu apakah informasi disoal sudah cukup untuk diubah ke bentuk gambar dan simbol matematikanya?”
Procedural fluency	“Apakah kamu yakin dengan jawaban kamu pada soal ini? Coba jelaskan langkah ketika kamu mengerjakannya.”

Application	“Untuk soal ini kamu yakin diselesaikan dengan konsep luas lingkaran? Kenapa ini diselesaikan dengan luas lingkaran? Apa yang terjadi kalau seandainya salah melakukan perhitungan?”
-------------	--

3. Observasi/Catatan Lapangan

Instrumen observasi digunakan sebagai alat bantu bagi peneliti untuk merekam aktivitas dan kondisi subjek selama pengambilan data berlangsung. Instrumen yang digunakan berupa pedoman observasi dalam bentuk catatan lapangan (*field notes*). Lembar observasi ini bersifat semi-terstruktur, di mana peneliti telah menentukan fokus utama pengamatan namun tetap fleksibel mencatat temuan lain di lapangan.

E. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data menempati posisi yang sangat krusial dalam penelitian ilmiah. Hal ini dikarenakan tujuan dari penelitian adalah untuk mendapatkan data. Tanpa mengetahui teknik pengumpulan data yang tepat, peneliti tidak akan memperoleh data yang memenuhi standar data yang telah ditetapkan. Sejalan dengan pandangan Sugiyono, penelitian ini menekankan pada pengambilan data dengan natural *setting* (kondisi alamiah). Ditinjau dari segi pelaksanaannya, teknik pengumpulan data yang utama meliputi observasi, wawancara, dan dokumentasi.⁵

Dalam penelitian ini, teknik pengumpulan data dilakukan dengan tes dan wawancara. Tes yang digunakan dalam penelitian ini berupa tes tertulis yang dikerjakan secara individu yang fungsinya untuk mengetahui seberapa pahamnya siswa terhadap materi geometri serta untuk mengetahui kemampuan pemahaman konsep matematis siswa. Sedangkan wawancara yang dilakukan bersifat semi struktur

⁵ Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan Kuantitatif, Kualitatif, R & D*, 137.

dan bertujuan untuk mengetahui pemahaman siswa secara mendalam terhadap penyelesaian soal yang telah dilakukan.

Prosedur pengumpulan data dalam penelitian ini dilaksanakan melalui tahapan-tahapan sistematis sebagai berikut:

1. Tahap awal pengumpulan data dimulai dengan pemberian tes uraian materi Geometri kepada subjek penelitian secara langsung.
2. Bersamaan dengan berlangsungnya pengerjaan tes, peneliti melakukan observasi. Peneliti bertindak sebagai pengamat yang mencatat hal-hal penting ke dalam lembar observasi (catatan lapangan), seperti tingkat kefokusannya, keraguan, atau strategi penyelesaian siswa yang mungkin tidak tertulis di lembar jawaban.
3. Setelah tes usai, dilakukan sesi wawancara untuk mengonfirmasi jawaban dan menggali pemahaman konsep yang mungkin tidak tertuang dalam tulisan siswa serta mengklarifikasi temuan yang didapat saat observasi.
4. Tahap akhir adalah pengecekan validitas data. Data hasil observasi, tes, dan wawancara diperiksa kembali keabsahannya menggunakan metode triangulasi serta triangulasi teknik.

F. Teknik Analisis Data

Proses analisis data dilaksanakan menggunakan pendekatan Model Interaktif dari Miles dan Huberman. Analisis ini melibatkan tiga komponen yang berjalan secara simultan (bersamaan), yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

1. Reduksi data

Reduksi data dimaknai sebagai proses pemilihan, pengabstrakan, dan transformasi data kasar yang muncul dari catatan lapangan. Langkah ini bertujuan untuk menajamkan, menggolongkan, serta mengorganisasi data, sehingga peneliti dapat memilah informasi yang relevan dan membuang yang tidak perlu demi memudahkan penarikan kesimpulan. Dalam penelitian ini, tahapan reduksi data adalah sebagai berikut:

- a. Melakukan pemeriksaan mendalam terhadap hasil tes pemahaman konsep matematis subjek pada topik Lingkaran.
- b. Mentransformasikan hasil tes yang dikerjakan subjek dari bentuk data mentah menjadi bentuk catatan deskriptif, kemudian peneliti menganalisis gambaran pemahaman konsep matematis siswa pada materi Lingkaran.

2. Penyajian data

Menurut Miles dan Huberman, penyajian data (*data display*) dimaknai sebagai sekumpulan informasi tersusun yang memberi kemungkinan adanya penarikan kesimpulan dan pengambilan tindakan. Secara tradisional, bentuk penyajian data kualitatif yang paling dominan digunakan adalah teks naratif.

Sesuai dengan pendekatan Miles dan Huberman, data dalam penelitian ini disajikan dalam bentuk teks naratif yang disusun secara sistematis dari hasil reduksi data. Penyajian ini bertujuan untuk memudahkan pemahaman terhadap kasus yang diteliti sehingga kesimpulan dapat ditarik secara valid. Secara operasional, data yang disajikan mencakup deskripsi, klasifikasi, dan identifikasi terhadap jawaban tes tertulis serta hasil wawancara subjek, yang diorganisasikan berdasarkan indikator kemampuan pemahaman konsep matematis.

3. Kesimpulan atau verifikasi

Tahap ketiga dalam analisis data model Miles dan Huberman adalah penarikan kesimpulan dan verifikasi. Kesimpulan dimaknai sebagai intisari temuan yang merefleksikan makna akhir dari data yang telah disajikan. Penarikan kesimpulan ini harus selaras dengan fokus dan tujuan penelitian, serta merupakan hasil interpretasi mendalam, bukan sekadar ringkasan (*summary*) dari data yang ada.

Secara spesifik, penarikan kesimpulan dilakukan dengan menelaah kembali jawaban subjek yang telah dianalisis berdasarkan indikator pemahaman konsep matematis. Subjek dikategorikan memiliki kemampuan pemahaman konsep apabila mampu memenuhi seluruh indikator yang ditetapkan. Sebaliknya, jika terdapat satu atau lebih indikator yang tidak terpenuhi, maka subjek tersebut disimpulkan belum menguasai kemampuan pemahaman konsep matematis secara utuh.

Selanjutnya, dilakukan perbandingan antara hasil tes tertulis dengan data hasil wawancara. Langkah ini bertujuan untuk memvalidasi dan mengkonfirmasi konsistensi jawaban subjek secara lebih mendalam. Selain itu, proses ini krusial untuk meminimalisir miskonsepsi terhadap apa yang dipikirkan siswa dengan apa yang terekspresikan dalam lembar jawaban. Dengan demikian, penarikan kesimpulan mengenai profil kemampuan pemahaman konsep matematis siswa pada materi geometri dapat dilakukan secara akurat dan valid.

G. Uji Keabsahan Data

Agar data yang diperoleh memiliki kredibilitas dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah, peneliti melakukan uji keabsahan data. Teknik yang diterapkan dalam penelitian ini meliputi ketekunan pengamatan dan triangulasi. Mengacu pada teori Sugiyono, triangulasi terdiri dari tiga jenis, yakni triangulasi sumber, teknik, dan waktu. Secara spesifik, penelitian ini menerapkan triangulasi teknik untuk memverifikasi data. Triangulasi teknik didefinisikan sebagai penggunaan berbagai metode pengumpulan data yang berbeda untuk menggali data dari sumber yang sama. Dalam pelaksanaannya, peneliti menerapkan teknik observasi, wawancara, dan studi dokumentasi secara serempak terhadap subjek penelitian guna memverifikasi validitas data yang diperoleh.⁶

a. Ketekunan pengamatan

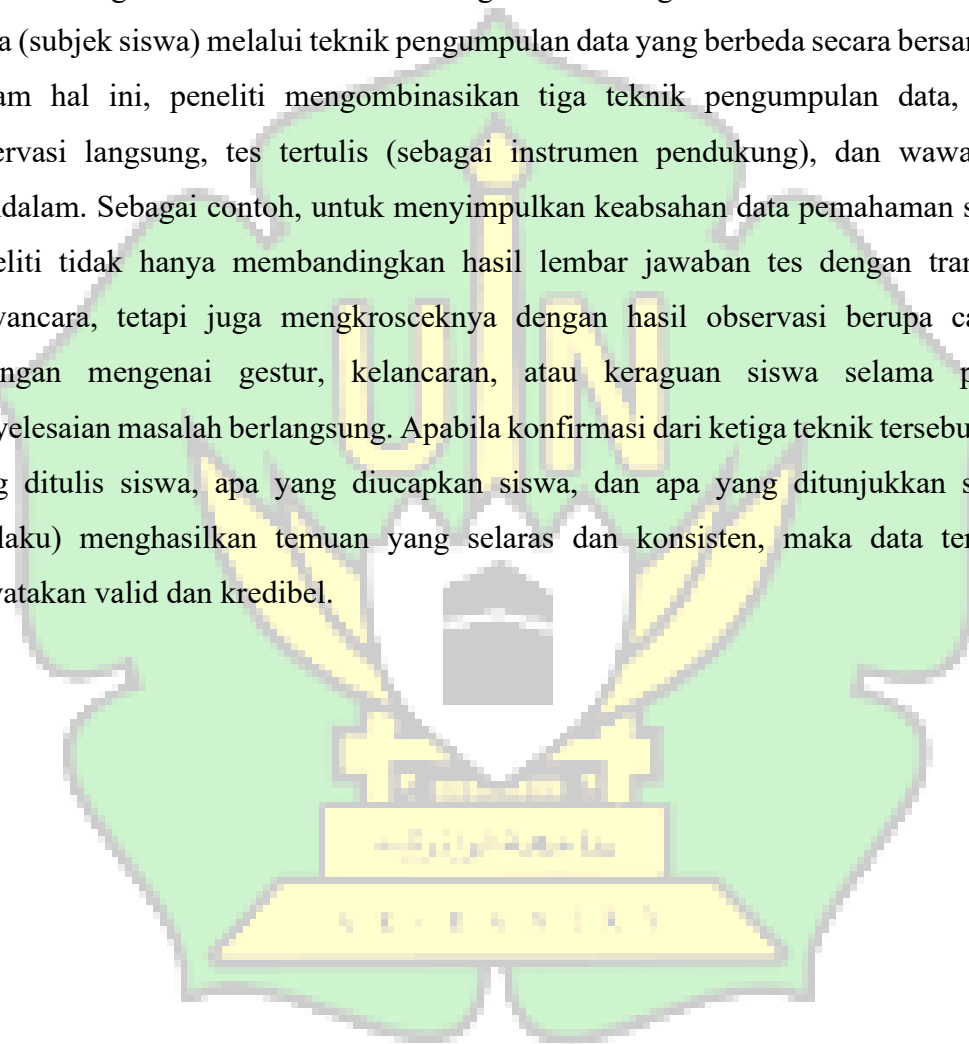
Peningkatan ketekunan pengamatan dilakukan untuk mempertajam dan memperdalam temuan penelitian. Teknik ini dilaksanakan melalui observasi yang cermat, teliti, dan berkelanjutan selama proses pengambilan data berlangsung (baik pada hari pertama maupun kedua). Dengan cara ini, peneliti dapat mendeskripsikan data secara rinci dan sistematis, sehingga validitas dan akurasi data yang terhimpun dapat terjamin.

b. Triangulasi teknik

⁶ Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan Kuantitatif, Kualitatif, R & D*, 137.

Triangulasi merupakan teknik pemeriksaan keabsahan data yang memanfaatkan sesuatu yang lain di luar data tersebut untuk keperluan pengecekan atau sebagai pembanding. Penelitian ini memfokuskan penggunaan triangulasi teknik untuk menguji kredibilitas data mengenai karakteristik WoT dan WoU siswa.

Triangulasi teknik dilakukan dengan cara mengecek data dari sumber yang sama (subjek siswa) melalui teknik pengumpulan data yang berbeda secara bersamaan. Dalam hal ini, peneliti mengombinasikan tiga teknik pengumpulan data, yaitu observasi langsung, tes tertulis (sebagai instrumen pendukung), dan wawancara mendalam. Sebagai contoh, untuk menyimpulkan keabsahan data pemahaman siswa, peneliti tidak hanya membandingkan hasil lembar jawaban tes dengan transkrip wawancara, tetapi juga mengkrosceknya dengan hasil observasi berupa catatan lapangan mengenai gestur, kelancaran, atau keraguan siswa selama proses penyelesaian masalah berlangsung. Apabila konfirmasi dari ketiga teknik tersebut (apa yang ditulis siswa, apa yang diucapkan siswa, dan apa yang ditunjukkan secara perilaku) menghasilkan temuan yang selaras dan konsisten, maka data tersebut dinyatakan valid dan kredibel.



BAB IV

HASL DAN PEMBAHASAN

A. Hasi Penelitian

1. Deskripsi Data

Data penelitian ini diperoleh melalui tes pemahaman konsep matematis dan wawancara. Tes diberikan kepada siswa untuk mengukur pemahaman konsep matematis pada materi lingkaran. Berdasarkan hasil tes tersebut, dipilih tiga subjek penelitian yang mewakili kategori kemampuan rendah, sedang, dan tinggi. Selanjutnya, wawancara dilakukan untuk memperoleh informasi yang lebih mendalam mengenai pemahaman konsep matematis siswa yang ditinjau dari WoT dan WoU dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi lingkaran.

Setelah diperoleh hasil tes pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran, selanjutnya dilakukan pengolahan dan analisis data terhadap hasil tes tersebut. Pengolahan data dilakukan untuk mengetahui tingkat kemampuan pemahaman konsep matematis siswa. Dari hasil pengolahan data diperoleh skor tertinggi, dan skor terendah. Data tersebut kemudian digunakan sebagai dasar dalam menentukan subjek penelitian yang mewakili kategori kemampuan rendah, sedang, dan tinggi.

Siswa yang termasuk dalam kategori kemampuan tinggi dianggap telah memiliki WoT dan WoU yang sangat baik dalam memahami konsep luas lingkaran. Siswa mampu menjelaskan konsep dengan benar, memilih strategi penyelesaian yang tepat, serta menerapkan konsep pada berbagai bentuk soal yang diberikan. Siswa yang termasuk dalam kategori kemampuan sedang dianggap telah memiliki WoT dan WoU yang cukup baik. Siswa mampu memahami sebagian besar konsep luas lingkaran dan menyelesaikan soal dengan prosedur yang benar, namun masih terdapat beberapa kesalahan atau ketidaktepatan dalam memahami dan menerapkan konsep pada situasi tertentu. Sementara itu, siswa yang termasuk dalam kategori kemampuan rendah masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep luas lingkaran secara

menyeluruh.¹ Hal ini terlihat dari kesalahan dalam memilih rumus, memahami informasi yang diberikan, serta menerapkan konsep untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas lingkaran. Berikut disajikan hasil analisis deskriptif dan hasil tes pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran.

Tabel 4. 1 Hasil Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika

Kategori kemampuan	Interval nilai	Jumlah kategori	Jumlah siswa
Rendah	$0 \leq x \leq 55$	14	31
Sedang	$55 < x \leq 70$	10	
tinggi	$70 < x \leq 100$	7	

Pengelompokan interval nilai pada Tabel 4.1 didasarkan pada Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) mata pelajaran Matematika yang berlaku di MTsN 5 Pidie, yaitu 70. Berdasarkan KKM tersebut, kategori kemampuan siswa dibagi menjadi tiga tingkatan, di mana nilai di atas KKM dikategorikan tinggi, rentang nilai mendekati KKM dikategorikan sedang, dan nilai di bawah 55 dikategorikan rendah.

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran masih bervariasi. Dari 31 siswa yang mengikuti tes, 23% siswa yang termasuk dalam kategori kemampuan tinggi, 32% siswa termasuk kategori kemampuan sedang, dan 45% siswa termasuk kategori kemampuan rendah. Hasil tersebut menunjukkan bahwa sebagian besar siswa masih berada pada kategori kemampuan rendah dalam memahami konsep matematis pada materi lingkaran. Perbedaan tingkat kemampuan tersebut menunjukkan bahwa pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran belum merata. Sebagian siswa telah mampu memahami konsep, memilih strategi penyelesaian yang tepat, dan menerapkan konsep dalam menyelesaikan masalah. Namun, masih terdapat siswa yang mengalami

¹ Syifa Ananda Mefiana dan Tatang Herman, "Karakteristik *Ways of Thinking (WoT)* dan *Ways of Understanding (WoU)* Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan". *Journal on Mathematics Education Research*, vol. 4, no. 2, (2023): 139-148.

kesulitan dalam memahami konsep, menggunakan prosedur yang sesuai, serta menerapkan konsep pada soal yang diberikan.

Berdasarkan hasil tes tersebut, peneliti memilih tiga subjek penelitian yang mewakili masing-masing kategori kemampuan, yaitu satu siswa kategori tinggi, satu siswa kategori sedang, dan satu siswa kategori rendah. Ketiga subjek tersebut dipilih untuk diwawancarai lebih lanjut guna memperoleh informasi yang lebih mendalam mengenai WoT dan WoU siswa dalam memahami dan menyelesaikan masalah pada materi lingkaran.

2. Analisis Data Tes dan Wawancara

Tiga subjek penelitian yang mewakili kategori kemampuan tinggi, sedang, dan rendah dianalisis lebih lanjut berdasarkan lima indikator pemahaman konsep matematis pada materi lingkaran. Proses analisis dilakukan dengan membandingkan data hasil tes pemahaman konsep matematis dan data hasil wawancara yang diperoleh dari masing-masing subjek. Perbandingan kedua data tersebut bertujuan untuk memperoleh gambaran yang lebih mendalam mengenai WoT dan WoU siswa. Melalui proses triangulasi antara hasil tes dan hasil wawancara, diperoleh data yang lebih valid dan dapat digunakan untuk mendeskripsikan pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran.

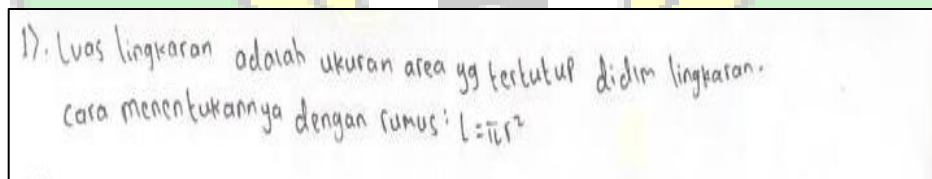
Oleh karena itu, analisis penelitian ini difokuskan pada dua aspek utama, yaitu WoU untuk melihat bagaimana siswa memahami konsep luas lingkaran dan WoT untuk melihat cara siswa berpikir, memilih strategi, serta menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Data yang dianalisis merupakan hasil triangulasi antara jawaban tes pemahaman konsep matematis dan hasil wawancara yang dilakukan kepada subjek penelitian.

Analisis data disajikan secara deskriptif untuk masing-masing kategori kemampuan, yaitu siswa dengan kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Penyajian ini bertujuan untuk memberikan gambaran mengenai karakteristik pemahaman konsep matematis siswa berdasarkan aspek WoT dan WoU pada materi lingkaran.

Menurut Harel, terdapat hubungan yang saling mempengaruhi antara WoT dan WoU. Cara siswa berpikir dalam menyelesaikan suatu masalah akan mempengaruhi cara mereka memahami konsep matematika. Sebaliknya, pemahaman yang dimiliki siswa terhadap suatu konsep juga akan mempengaruhi strategi dan pola pikir yang digunakan dalam menyelesaikan masalah.² Harel menjelaskan bahwa siswa datang ke dalam pembelajaran dengan berbagai cara berpikir yang dapat mendukung maupun menghambat proses pemahaman konsep. Selain itu, cara berpikir yang baik akan berkembang melalui pemahaman konsep yang baik pula.

Berdasarkan kerangka pemikiran tersebut, analisis pemahaman konsep matematis siswa pada materi lingkaran dilakukan dengan mengkaji hasil tes dan hasil wawancara dari setiap subjek penelitian. Analisis ini bertujuan untuk mendeskripsikan karakteristik WoT dan WoU siswa pada masing-masing kategori kemampuan, yaitu tinggi, sedang, dan rendah.

a. Analisis Data Subjek Kategori Kemampuan Tinggi



Gambar 4. 1 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 1

Berikut transkrip wawancara pada Subjek NA untuk soal nomor 1 indikator penyajian ulang (*interpreting*).

Peneliti : “coba dibaca soal nomor 1, apa yang ditanya di soal tersebut?”

Siswa : “pengertian luas lingkaran dan cara menentukannya kak”

peneliti : “menurut kamu, jawabannya sssudah benar atau belum?”

Siswa : “benar kak, luas lingkaran itu adalah luas daerah yang ada di dalam lingkaran dan cara menentukannya menggunakan rumus $l = \pi r^2$ ”

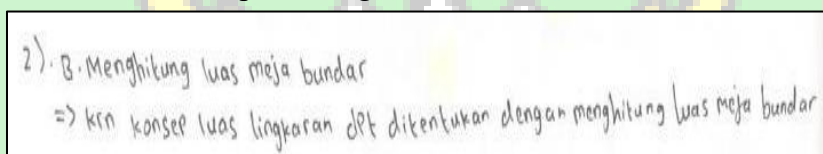
² Ahmad Nur Iryanto Saputra, dkk, “Ways of Thinking Dan Ways of Understanding Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Rasional Ditinjau Dari Teori Harel”. *Jurnal Pendidikan Mandala*, Vol. 10 No 2 (2025): 832-841.

Berdasarkan hasil tes tertulis (Gambar 4.1) dan transkrip wawancara, karakteristik kognitif Subjek NA menunjukkan keterkaitan yang sangat baik antara WoU dan WoT. Pada langkah pengerjaan tertulis, subjek menuliskan bahwa "luas lingkaran adalah ukuran area yang tertutup di dalam lingkaran". Pernyataan ini merepresentasikan karakteristik WoU berupa pemahaman relasional-spasial, di mana subjek tidak sekadar mengutip definisi tekstual dari buku, melainkan memaknai "luas" sebagai representasi daerah dua dimensi yang dibatasi oleh sebuah kurva tertutup. Produk pemahaman ini didorong oleh proses WoT yang bersifat *concept-relational thinking*, yaitu subjek berpikir dengan cara memvisualisasikan bentuk geometri di dalam kognisinya, lalu merekonstruksinya menjadi struktur kalimat mandiri yang logis. Selanjutnya, pada penulisan "cara menentukannya dengan rumus $L = \pi r^2$ ", subjek menunjukkan penguasaan WoU formal-simbolik yang diiringi oleh proses WoT *structural reconstructive thinking*. Pada tahap ini, proses berpikir subjek terbukti mampu mengaitkan representasi visual (ukuran area tertutup) secara langsung dengan representasi simbolik matematis tanpa adanya kebingungan fungsional.

Karakteristik kognitif yang kuat tersebut semakin dipertegas melalui proses klarifikasi pada saat wawancara. Ketika subjek diminta membaca dan menjelaskan maksud soal, respons lisan subjek yang secara presisi mampu memilah informasi utama menunjukkan berjalannya proses WoT berupa *systematic problem solving reasoning*. Lebih lanjut, saat subjek mengonfirmasi kebenaran jawabannya secara lisan, subjek membuktikan kepemilikan WoU berupa *stable concept image* (citra konsep yang stabil). Produk pemahaman konseptualnya terbukti konsisten dan tidak berubah saat ditranslasikan dari bahasa tulisan ke bahasa lisan. Konsistensi ini menunjukkan adanya proses WoT berupa *internalized verbalization*, di mana subjek tidak sekadar melafalkan kembali definisi secara mekanis atau menghafal, melainkan mengucapkan makna matematis tersebut secara sadar dan penuh keyakinan. Secara keseluruhan, integrasi bukti dari langkah pengerjaan dan wawancara ini mengonfirmasi bahwa

kemampuan Subjek NA telah melampaui level pemahaman instrumental semata. Subjek terbukti memiliki pemahaman relasional WoU yang utuh, yang dikonstruksi melalui cara berpikir rekonstruktif-struktural WoT dalam memaknai serta menyajikan ulang konsep luas lingkaran secara sangat bermakna.

Jika dikaitkan dengan kemungkinan-kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, respon Subjek NA pada indikator ini termasuk dalam kategori *Concept Image* yang berkembang penuh yaitu siswa menjelaskan luas lingkaran berdasarkan citra mental geometris yang utuh ("daerah di dalam lingkaran") sekaligus disertai kemampuan menghubungkannya dengan rumus formal, sehingga melampaui level *Instrumental Understanding* semata. Dengan demikian, kemampuan pemahaman konsep matematis Subjek NA pada indikator penyajian ulang (*interpreting*) tergolong sangat baik. Hal ini didukung oleh WoU yang menunjukkan pemahaman konsep yang benar serta WoT yang menunjukkan cara berpikir konseptual dan logis dalam menjelaskan kembali konsep luas lingkaran.



Gambar 4. 2 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 2

Berikut transkrip wawancara pada subjek NA untuk soal nomor 2 indikator Pemberian Contoh (*Exemplifying*)

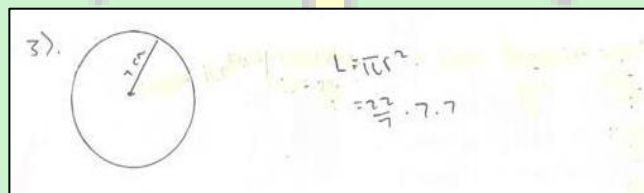
- Peneliti : “menurut kamu jawaban nomor 2 ini sudah benar?”
- Siswa : “benar kak”
- peneliti : “kenapa? apa alasannya”
- Siswa : “Karena menghitung meja bundar itu menggunakan konsep luas lingkaran sedangkan pilihan lain tidak menggunakan konsep luas lingkaran walaupun bentuknya lingkaran”
- Peneliti : “oh gitu ya, jawabannya sudah tepat?”
- Siswa : ”sudah kak”

Berdasarkan hasil pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.2, karakteristik kognitif Subjek NA pada indikator pemberian contoh (*exemplifying*) dapat dianalisis secara spesifik melalui langkah penulisannya. Pada lembar jawaban, subjek secara eksplisit memilih opsi "B. Menghitung luas meja bundar" dan menyertakan alasan tertulis, "krn konsep luas lingkaran dpt ditentukan dengan menghitung luas meja bundar". Bukti tertulis ini merepresentasikan *Ways of Understanding* (WoU) berupa Pemahaman Atribut Esensial. Produk pemahaman subjek terbukti tepat, di mana ia menyadari bahwa aktivitas menghitung meja bundar secara inheren mewakili pengukuran luas sebuah bidang datar dua dimensi. Secara proses kognitif, penulisan alasan ini didorong oleh *Ways of Thinking* (WoT) berupa *Analytical-Classification Reasoning*. Subjek berpikir secara deduktif untuk memilah dan mengklasifikasikan situasi kontekstual sehari-hari yang paling memenuhi kriteria matematis dari luasan lingkaran.

Analisis terhadap proses berpikir subjek semakin terkonfirmasi secara tajam melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti melakukan *probing* mengenai alasan pemilihan jawaban tersebut, subjek memberikan argumentasi lisan, "Karena menghitung meja bundar itu menggunakan konsep luas lingkaran sedangkan pilihan lain tidak menggunakan konsep luas lingkaran walaupun bentuknya lingkaran". Pernyataan lisan ini membuktikan berjalannya proses WoT dalam bentuk penalaran komparatif yang sangat kritis. Proses berpikir subjek tidak hanya sekadar terfokus untuk membenarkan jawaban yang dipilih, tetapi juga mampu mengevaluasi opsi pengecoh (*distractors*). Subjek secara sadar membedakan antara objek yang hanya memiliki "bentuk visual" lingkaran dengan objek yang memang memerlukan "perhitungan luasan ruang" (*area*).

Proses penalaran komparatif tersebut bermuara pada pembentukan WoU yang sangat kokoh dalam kategori *Criterial Attribute* (Pemilihan Berbasis Atribut Esensial). Subjek memahami batasan ruang lingkup konsep secara utuh sehingga tidak terkecoh oleh sekadar kemiripan visual geometri dari pilihan jawaban lainnya. Secara keseluruhan, integrasi antara bukti tertulis dan argumen lisan ini membuktikan bahwa keberhasilan Subjek NA dalam memenuhi indikator pemberian contoh tidak

didasarkan pada tebakan, melainkan murni dari perpaduan antara WoU yang berbasis pada penguasaan atribut esensial dan WoT yang bersifat analitik-klasifikasional. Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, Subjek NA termasuk dalam kategori Pemilihan Berbasis Atribut Esensial (*Criterial Attribute*), yaitu siswa secara akurat memilih jawaban yang tepat dan mampu menolak opsi pengecoh dengan argumen konseptual yang logis. Keterpaduan antara WoT yang analitik-klasifikasional dan WoU yang berbasis atribut esensial membuat NA mampu memenuhi indikator ini dengan sangat baik.



Gambar 4. 3 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 3

Berikut transkrip wawancara pada subjek NA untuk soal nomor 3 indikator Representasi (*Representation*)

Peneliti : “menurut kamu apakah informasi di soal sudah cukup untuk di ubah ke bentuk gambar dan simbol matematika?”

Siswa : “iya kak, menurut najla informasi di soal sudah sangat cukup untuk diubah ke bentuk gambar dan pemodelan matematikanya”

Peneliti : “menurut kamu soal ini mudah atau sulit?”

Siswa : “mudah kak”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.3, karakteristik kognitif Subjek NA pada indikator representasi dapat ditelusuri melalui dua langkah translasi yang ia lakukan. Langkah pertama, subjek mengubah informasi tekstual menjadi bentuk visual dengan menggambar sebuah lingkaran yang dilengkapi titik pusat, garis jari-jari, dan melabelinya dengan keterangan "7 cm". Tindakan ini menghasilkan WoU berupa

Representasi Piktorial yang akurat. Secara proses kognitif, pembentukan gambar ini digerakkan oleh WoT berupa *Representational Flexibility* (Fleksibilitas Representasi) yang berbasis penalaran translatif. Subjek secara mental mampu memvisualisasikan kata "jari-jari" dari soal cerita menjadi komponen geometris spasial yang tepat.

Langkah kedua, di sebelah gambar tersebut subjek menuliskan model matematika berupa rumus $L = \pi r^2$ dan langsung melakukan substitusi nilai menjadi $\frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7$. Langkah tertulis ini membuktikan kepemilikan WoU berupa Representasi Simbolik-Aljabar. Adapun WoT yang melandasinya adalah cara berpikir analitik, di mana subjek tidak hanya sekadar menulis rumus, tetapi mampu memproses angka "7" pada gambar visualnya untuk menentukan nilai konstanta π yang paling efisien ($\frac{22}{7}$) dalam pemodelan matematikanya. Keterkaitan antara gambar dan perhitungan ini menunjukkan tidak adanya celah diskoneksi antara apa yang digambar dan apa yang dihitung.

Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, Subjek NA termasuk dalam kategori Translasi Multi-Representasi Akurat siswa berhasil mengonversi bahasa verbal soal menjadi representasi piktorial dan simbolik secara lengkap dan tepat, bukan hanya melewati jalur analitik-aljabar yang mengabaikan gambar.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara, dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematis subjek NA pada indikator representasi (representation) tergolong sangat baik. Hal ini terlihat dari kemampuannya menyajikan informasi ke dalam bentuk gambar dan simbol matematika secara tepat. WoT yang dimiliki siswa membantu dalam menentukan bentuk representasi yang sesuai, sedangkan WoU terlihat dari pemahamannya terhadap hubungan antara gambar, simbol, dan konsep luas lingkaran. Hubungan antara WoT dan WoU tersebut membuat NA mampu merepresentasikan konsep matematika secara benar dan lengkap.

4>. $r = 14 \text{ cm}$
 $\pi = \frac{22}{7}$

luas lingkaran = πr^2
 $= \frac{22}{7} (14)^2$
 $= \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 14$
 $= 616 \text{ cm}^2$

Gambar 4. 4 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 4

Berikut transkrip wawancara pada subjek NA untuk soal nomor 4 indikator Kelancaran Prosedur (*Procedural Fluency*)

- Peneliti : “apakah kamu yakin dengan jawaban nomor 4?”
- Siswa : “yakin kak”
- Peneliti : “kenapa kamu merasa yakin?”
- Siswa : “karena yang ditanyakan luas, saya sudah menggunakan rumus yang tepat dan penyelesaian yang benar ”
- Peneliti : “coba jelaskan bagaimana kamu mengerjakannya
- Siswa : “pertama najla menuliskan diketahui kemudian menentukan rumus luas lingkaran, setelah itu memasukkan nilai r dan π . Terakhir melakukan operasi hitung seperti biasa sampai menemukan hasil akhir”
- Peneliti : “apakah setiap langkah pengerjaannya saling berhubungan?”
- Siswa : “iya kak, setiap penyelesaian saling berhubungan”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.4, karakteristik kognitif Subjek NA pada indikator kelancaran prosedur (*procedural fluency*) dapat dibedah secara spesifik melalui tahapan penyelesaiannya. Langkah pertama, di sisi kiri lembar jawaban, subjek mengekstrak informasi dengan menuliskan $r = 14 \text{ cm}$ dan langsung menetapkan nilai $\pi = \frac{22}{7}$. Tindakan ini menunjukkan *Ways of Understanding* (WoU) berupa Pemahaman Prosedural Efisien. Penetapan nilai π tersebut didorong oleh WoT

berupa *Anticipatory Reasoning* (Penalaran Antisipatif), di mana subjek menyadari bahwa 14 adalah kelipatan 7, sehingga ia secara taktis memilih $\pi = \frac{22}{7}$ untuk mengefisienkan proses eliminasi pada operasi hitung selanjutnya.

Langkah kedua, subjek menuliskan rumus $L = \pi r^2$ dan mensubstitusikan nilai menjadi $\frac{22}{7}(14)^2$, lalu mengekspansinya menjadi bentuk perkalian berulang $\frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 14$. Secara proses kognitif, penjabaran langkah demi langkah ini membuktikan berjalannya WoT dalam bentuk *Transformational Reasoning* (Penalaran Transformasional). Subjek tidak melompat secara instan, melainkan melakukan manipulasi aljabar secara berurutan dan terarah. Rentetan proses transformasi yang akurat hingga menghasilkan jawaban akhir 616 cm^2 ini merepresentasikan produk WoU yang sangat matang dalam kategori *Fluid Algorithmic Execution* (Eksekusi Algoritmik Luwes).

Bukti dari pengerjaan tertulis ini didukung secara kuat oleh klarifikasi lisan pada saat wawancara. Ketika ditanya mengapa ia merasa yakin, subjek menjawab, "karena yang ditanyakan luas, saya sudah menggunakan rumus yang tepat dan penyelesaian yang benar". Pernyataan ini menunjukkan adanya WoT berupa justifikasi internal (*internalized justification*), di mana subjek memiliki kesadaran metakognitif atas prosedur yang ia jalankan. Lebih lanjut, ketika subjek mampu menjabarkan urutan pengerjaannya secara lisan (mulai dari menulis diketahui, menentukan rumus, memasukkan nilai, hingga operasi hitung), subjek membuktikan kepemilikan WoT berupa penalaran algoritmik yang sistematis. Puncak dari analisis ini terlihat pada respons terakhir subjek yang menegaskan bahwa "setiap penyelesaian saling berhubungan". Pernyataan ini adalah bukti fundamental bahwa produk WoU yang dimiliki subjek pada indikator ini bukanlah sekadar hafalan mekanis atau eksekusi algoritma buta. Subjek memiliki pemahaman relasional atas prosedur yang ia lakukan, di mana ia menyadari bahwa setiap langkah matematis adalah rantai logis yang saling bergantung dengan langkah sebelumnya. Secara keseluruhan, integrasi langkah demi langkah dari lembar jawaban tertulis dan transkrip wawancara ini mengonfirmasi

bahwa Subjek NA memiliki kemampuan kelancaran prosedur yang sangat baik, yang ditopang oleh WoU yang luwes-efisien dan WoT yang transformasional-sistematis.

Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, Subjek NA termasuk dalam kategori Eksekusi Algoritmik Luwes (*Fluid Algorithmic Execution*), yaitu siswa mampu menjustifikasi pemilihan nilai π secara logis dan menyelesaikan operasi hitung tanpa kesalahan hingga memperoleh jawaban akhir yang benar. Dengan demikian, kemampuan Subjek NA pada indikator kelancaran prosedur tergolong sangat baik. Hal ini terlihat dari kemampuannya menerapkan langkah-langkah penyelesaian secara benar, sistematis, dan konsisten hingga memperoleh hasil yang tepat. WoT yang dimiliki siswa terlihat dari pola berpikir yang runtut dan logis dalam menyusun prosedur penyelesaian, sedangkan WoU tampak dari pemahamannya terhadap konsep luas lingkaran dan penggunaan rumus yang sesuai. Keterkaitan antara WoT dan WoU tersebut membuat NA mampu menyelesaikan soal dengan lancar, tepat, dan penuh keyakinan.

$$\begin{aligned}
 &5) \quad d = 14 \text{ m} \\
 &\quad r = 7 \text{ m} \\
 &\quad \pi = \frac{22}{7} \\
 \\
 &\text{Luas lingkaran} = \pi r^2 \\
 &\quad = \frac{22}{7} \cdot (7)^2 \\
 &\quad = \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7 \\
 &\quad = 154 \text{ m}^2 \\
 \\
 &\text{Jadi Luas tanah yg hrs ditanami rumput adalah } 154 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 5 Jawaban Subjek NA Soal Nomor 5

Berikut transkrip wawancara pada subjek NA untuk soal nomor 5 indikator Penerapan (*Application*)

- Peneliti : “untuk soal nomor lima kamu yakin ini diselesaikan dengan menggunakan konsep luas lingkaran?”
- Siswa : “yakin kak”
- Peneliti : “kenapa ?”
- Siswa : “karena di soal dikatakan taman berbentuk lingkaran yang akan ditanami rumput. Jadi kita harus menghitung luas taman tersebut supaya bisa memperkirakan banyaknya rumput yang dibutuhkan”
- Peneliti : “apa yang terjadi kalo salah hitung?”
- Siswa : “rumput yang disediakan gak sesuai sama yang dibutuhkan”
- Peneliti : “sekarang coba perhatikan jawaban kamu apakah sudah benar?”
- Siswa : ”menurut saya sudah benar sih kak”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.5, karakteristik kognitif Subjek NA pada indikator penerapan (*application*) dapat dianalisis secara mendalam melalui tiga tahapan penyelesaiannya. Langkah pertama, pada bagian kiri atas lembar jawaban, subjek mengekstrak informasi soal dengan menuliskan $d = 14$ m dan secara inisiatif langsung mengonversinya menjadi jari-jari $r = 7$ m beserta penetapan nilai $\pi = \frac{22}{7}$. Tindakan konversi independen ini merepresentasikan WoU berupa Pemahaman Relasional Unsur Lingkaran, di mana subjek paham bahwa rumus luas membutuhkan variabel jari-jari, bukan diameter. Proses ini didorong oleh WoT berupa *Systematic Problem Solving Reasoning* pada tahap pra-kalkulasi, yaitu subjek mampu memilah dan menyiapkan data mentah sebelum dieksekusi ke dalam rumus. Langkah kedua, subjek memodelkan rumus luas dan menyelesaikannya secara matematis hingga memperoleh hasil 154 m^2 . Ini menunjukkan keberlanjutan WoT dalam bentuk penalaran algoritmik yang presisi. Langkah ketiga, subjek menutup pengerjaannya dengan menuliskan kalimat kesimpulan: "Jadi Luas taman yg hrs ditanami rumput adalah 154 m^2 ". Penulisan kesimpulan ini membuktikan kepemilikan WoU dalam kategori *Fully-Labeled Contextual Style* (Labeling Kontekstual Utuh). Subjek

digerakkan oleh WoT berupa sintesis kontekstual, di mana ia menyadari bahwa angka 154 bukanlah sekadar hasil akhir operasi hitung, melainkan representasi dari besaran fisik sebuah taman di dunia nyata.

Ketajaman analisis langkah tertulis tersebut dikonfirmasi secara komprehensif melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti menanyakan alasan penggunaan konsep luas lingkaran, subjek mampu memberikan justifikasi lisan yang sangat presisi: "karena di soal dikatakan taman berbentuk lingkaran yang akan ditanami rumput. Jadi kita harus menghitung luas taman tersebut supaya bisa memperkirakan banyaknya rumput yang dibutuhkan". Jawaban ini membuktikan berjalannya WoT berupa *Contextual Identification Reasoning* (Penalaran Identifikasi Konteks). Subjek tidak sekadar menebak operasi matematika, melainkan mampu menalar kata kunci "ditanami rumput" sebagai representasi dari kegiatan menutupi seluruh luasan area permukaan dua dimensi.

Lebih lanjut, ketika peneliti memberikan pertanyaan pelacakan mengenai konsekuensi jika terjadi kesalahan hitung, subjek menjawab pragmatis: "rumpun yang disediakan gak sesuai sama yang dibutuhkan". Jawaban ini memvalidasi puncak dari WoU subjek berupa Pemahaman Fungsional-Konseptual. Produk pemahaman subjek terbukti sangat adaptif dan membumi; ia memahami esensi fungsional dari matematika sebagai alat bantu penyelesaian masalah di kehidupan sehari-hari, bukan sekadar teori di atas kertas. Secara keseluruhan, integrasi dari langkah ekstraksi data, eksekusi perhitungan, penarikan kesimpulan tertulis, hingga argumentasi pragmatis saat wawancara membuktikan bahwa Subjek NA memenuhi indikator penerapan dengan sangat memuaskan, didukung oleh WoT yang sistematis-kontekstual dan WoU yang fungsional. Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, gaya penyelesaian Subjek NA termasuk dalam kategori Labeling Kontekstual Utuh (*Fully-Labeled Contextual Style*), yaitu siswa mengikatkan matematika dengan konteks cerita sepanjang alur pengerjaannya, menuliskan satuan luas (m^2) secara tepat, dan menutup dengan kalimat kesimpulan yang bermakna. Kombinasi WoT yang sistemis dan WoU

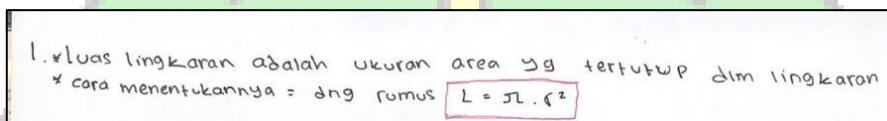
yang fungsional-konseptual menjadikan Subjek NA mampu memenuhi indikator penerapan dengan sangat baik

Tabel 4. 2 Hasil Triangulasi Pada Subjek NA Kategori Kemampuan Tinggi

Indikator	Hasil Tes	Hasil wawancara
Interpreting:	Menjelaskan konsep luas lingkaran dengan baik menggunakan bahasanya sendiri.	“luas lingkaran itu adalah luas daerah yang ada di dalam lingkaran dan cara menentukannya menggunakan rumus $l = \pi r^2$ ”.
Exemplifying:	mampu memilih contoh yang sesuai dengan konsep luas lingkaran dan memberikan alasan yang kuat dan tepat	“jawaban yang paling benar menurut najla adalah yang poin b, menghitung luas meja bundar. Karena menghitung meja bundar itu menggunakan konsep luas lingkaran sedangkan pilihan lain tidak menggunakan konsep luas lingkaran walaupun bentuknya lingkaran”.
Representation:	mampu mengubah informasi verbal menjadi gambar lingkaran dan membuat model matematika dengan benar	“iya kak, menurut najla informasi di soal sudah sangat cukup untuk diubah ke bentuk gambar dan pemodelan matematikanya”
Procedural Fluency:	Mampu menyelesaikan setiap langkah dengan baik dan tepat.	“najla yakin sekali dengan penyelesaiannya kak, pertama najla menuliskan diketahui kemudian menentukan rumus luas lingkaran, setelah itu memasukkan nilai r dan π . Terakhir melakukan operasi hitung seperti biasa sampai menemukan hasil akhir”
Application:	mampu mengambil informasi dari soal dan mengubah diameter menjadi jari-jari. Dan menghubungkan konsep luas lingkaran dengan masalah kontekstual	“masalah ini pastinya menggunakan konsep luas lingkaran kak. Di soal dikatakan taman berbentuk lingkaran yang akan ditanami rumput. Jadi kita harus menghitung luas taman tersebut supaya bisa memperkirakan banyaknya rumput yang dibutuhkan”

Kesimpulan	Berdasarkan hasil tes dan wawancara, subjek NA menunjukkan pemahaman konsep matematis yang sangat baik pada materi luas lingkaran. NA mampu menjelaskan konsep, memberikan contoh yang tepat, merepresentasikan masalah ke dalam gambar dan model matematika, menyelesaikan prosedur dengan benar, serta menerapkan konsep dalam masalah kontekstual. Hasil tes dan wawancara yang konsisten menunjukkan bahwa subjek memiliki <i>Ways of Thinking</i> (WoT) dan <i>Ways of Understanding</i> (WoU) yang baik dalam memahami konsep luas lingkaran.
-------------------	---

b. Analisis Data Subjek Kategori Kemampuan Sedang



1. Luas lingkaran adalah ukuran area yg tertutup dlm lingkaran
* cara menentukannya = dng rumus $L = \pi \cdot r^2$

Gambar 4. 6 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 1

Berikut transkrip wawancara pada subjek MR untuk soal nomor 1 indikator Penyajian Ulang (*Interpreting*)

- Peneliti : “coba dibaca soal nomor 1, apa yang ditanya di soal tersebut?”
 Siswa : “pengertian luas lingkaran dan cara menentukannya kak”
 peneliti : “menurut kamu, jawabannya sudah benar atau belum?”
 Siswa : “benar kak, kan luas itu area yang ada di dalam batas garisnya dan cara menentukan luas itu pakai rumus $L = \pi r^2$ ”

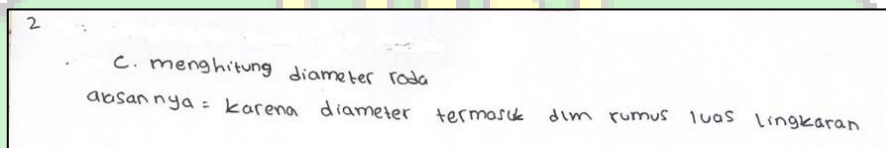
Berdasarkan hasil tes tertulis pada Gambar 4.6, karakteristik kognitif Subjek MR (kategori kemampuan sedang) pada indikator penyajian ulang (*interpreting*) dapat dibedah secara spesifik melalui dua poin langkah penulisannya. Langkah pertama, subjek menuliskan definisi, "luas lingkaran adalah ukuran area yg tertutup dlm lingkaran". Pernyataan ini merepresentasikan produk WoU yang bersifat Konseptual-Relasional. Subjek memahami konsep luas bukan sebagai hafalan teks buku, melainkan sebagai representasi wilayah dua dimensi yang terkurung oleh sebuah batas. Proses

penulisan definisi ini didorong oleh WoT berupa *Concept-Relational Thinking*, di mana subjek secara mental memvisualisasikan bentuk geometri lingkaran dan merekonstruksi makna ruang di dalamnya ke dalam kalimat logis yang mandiri. Langkah kedua, subjek menulis "cara menentukannya: dng rumus" yang dilanjutkan dengan membuat kotak penegas pada tulisan $L = \pi \cdot r^2$. Tindakan membingkai rumus di dalam kotak ini secara kognitif menunjukkan penekanan fokus. Hal ini membuktikan kepemilikan WoU berupa Pemahaman Formal-Simbolik, yang dilandasi oleh WoT *Structural Reasoning*. Subjek mampu menalar bahwa konsep area visual pada langkah pertama memiliki padanan operasional mutlak dalam bentuk simbol aljabar pada langkah kedua.

Analisis dari langkah tertulis tersebut diperkuat secara signifikan melalui proses klarifikasi saat wawancara. Ketika peneliti meminta subjek membaca ulang pertanyaan, respons subjek yang langsung membagi fokus soal menjadi dua bagian ("pengertian... dan cara menentukannya") membuktikan berjalannya WoT berupa identifikasi masalah yang sistematis. Lebih lanjut, ketika subjek diminta memvalidasi jawabannya, ia merespons secara lisan, "benar kak, kan luas itu area yang ada di dalam batas garisnya...". Penambahan frasa spontan "batas garisnya" (yang tidak ada di lembar tulisan) adalah temuan penting. Hal ini membuktikan bahwa subjek memiliki WoU berupa *Stable Concept Image* (Citra Konsep yang Stabil) yang terus berkembang. Kehadiran kata "batas garis" membuktikan subjek melakukan proses WoT berupa penalaran translasi internal (*internalized translatative reasoning*). Subjek MR tidak sedang membaca ulang teks secara mekanis, melainkan menarasikan ulang pemahaman mentalnya ke dalam bahasa verbal sehari-hari tanpa kehilangan esensi matematisnya. Secara keseluruhan, integrasi antara pemisahan poin (v) pada tulisan, pemingkai rumus, dan penambahan diksi "batas garis" saat wawancara mengonfirmasi bahwa Subjek MR (meskipun berada pada kategori kemampuan sedang) telah memenuhi indikator penyajian ulang dengan sangat baik. Subjek terbukti

memiliki WoU konseptual yang utuh dan dioperasikan melalui WoT yang bersifat relasional.

Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, respon Subjek MR pada indikator ini termasuk dalam kategori *Concept Image* yang berkembang baik siswa menjelaskan luas lingkaran berdasarkan citra mental geometris yang tepat ("area yang ada di dalam batas garisnya") dan sekaligus menghubungkannya secara langsung dengan rumus formalnya, sehingga melampaui level Instrumental Understanding semata. Dengan demikian, kemampuan Subjek MR pada indikator penyajian ulang tergolong baik ditunjukkan melalui WoU yang bersifat konseptual-relasional dan WoT yang menghubungkan definisi dengan prosedur secara bermakna.



Gambar 4. 7 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 2

Berikut transkrip wawancara pada subjek MR untuk soal nomor 2 indikator Pemberian Contoh (*Exemplifying*)

Peneliti : “menurut kamu jawaban nomor 2 ini sudah benar?”

Siswa : “sssudah kak”

peneliti : “kenapa? apa alasannya”

Siswa : “karena dalam luas lingkaran, kalau diketahui diameternya berarti luas dari lingkaran bisa dicari”

Peneliti : “iya benar kalau diketahui diameter maka luas lingkaran bisa dicari, tapi di soal kan yang ditanya yang menggunakan konsep luas lingkaran. Sedangkan menghitung diameter roda itu tidak menggunakan konsep luas lingkaran. Yang menggunakan konsep luas lingkaran itu adalah menghitung luas meja bundar”

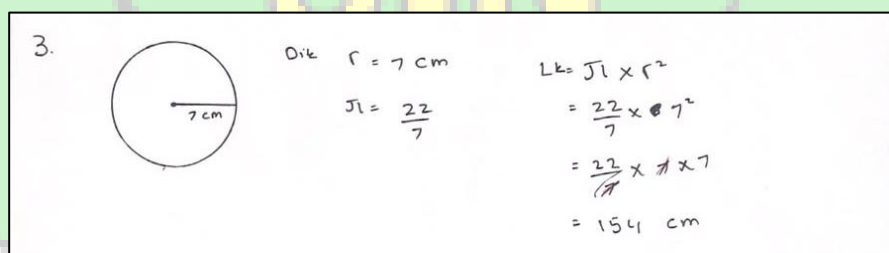
Berdasarkan hasil pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.7, karakteristik kognitif Subjek MR (kategori kemampuan sedang) pada indikator pemberian contoh (*exemplifying*) dapat ditelaah dari ketidaktepatan langkah penyelesaiannya. Langkah pertama, subjek secara tertulis memilih opsi "C". menghitung diameter roda". Pemilihan ini merepresentasikan WoU berupa Pemahaman Atribut Parsial. Subjek terbukti gagal menangkap esensi utama dari konsep "luas" dan justru terdistraksi oleh unsur pembentuk lingkaran lainnya, yaitu garis tengah (diameter). Langkah kedua, subjek menuliskan justifikasinya: "alasanya = karena diameter termasuk dlm rumus luas lingkaran". Pernyataan tertulis ini secara jelas memperlihatkan WoT berjenis *Perceptual-Based Thinking*. Proses berpikir subjek MR tidak didasarkan pada analisis klasifikasi terhadap konteks aktivitas nyata (membedakan antara menghitung luasan bidang vs menghitung panjang garis batas), melainkan semata-mata bersandarkan pada asosiasi prosedural di atas kertas bahwa "kata diameter selalu ada di dalam rumus luas".

Analisis terhadap miskonsepsi tertulis tersebut semakin terkonfirmasi secara tajam melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti melakukan *probing* mengenai alasannya, subjek MR merespons secara lisan, "karena dalam luas lingkaran, kalau diketahui diameternya berarti luas dari lingkaran bisa dicari". Jawaban lisan ini membuktikan berjalannya WoT prosedural yang keliru dalam menalar hubungan sebab-akibat. Subjek mengalami kebingungan logis dengan menyamakan antara "syarat prasyarat untuk menghitung luas" (yaitu mengetahui panjang diameter) dengan "penerapan konsep luas itu sendiri" (menutupi sebuah area). Karena subjek tidak mampu melakukan evaluasi konseptual, peneliti bahkan harus melakukan intervensi lisan di akhir wawancara untuk meluruskan konteks antara konsep luas dan panjang.

Akibat dari proses penalaran (WoT) yang hanya berfokus pada atribut permukaan tersebut, produk pemahaman (WoU) yang dihasilkan subjek terperangkap penuh dalam kategori *Surface Attribute* (Pemilihan Berbasis Atribut Permukaan/Pengecoh). Subjek MR memang menyadari adanya hubungan matematis antara diameter dan luas, namun pemahaman tersebut terfragmentasi dan belum menyentuh esensi fungsional dari luas lingkaran di kehidupan sehari-hari. Secara keseluruhan, integrasi bukti keliru dari

tulisan dan argumentasi wawancara ini membuktikan bahwa pada indikator pemberian contoh, kemampuan Subjek MR belum optimal (berada pada kategori cukup), yang diakibatkan oleh dominasi cara berpikir perseptual (WoT) sehingga menghasilkan pemahaman atribut yang parsial (WoU)

Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon siswa, Subjek MR termasuk dalam kategori Pemilihan Berbasis Atribut Permukaan/Pengecoh (*Surface Attribute*), di mana pilihan dan alasan siswa didasarkan pada keterkaitan prosedural yang tampak di permukaan ("ada diameter maka bisa cari luas") tanpa analisis konseptual yang esensial. WoT yang bersifat perseptual-prosedural menghasilkan WoU yang belum berkembang secara menyeluruh, sehingga kemampuan Subjek MR pada indikator pemberian contoh tergolong cukup.



3.

Dik $r = 7 \text{ cm}$

$\pi = \frac{22}{7}$

$L_k = \pi \times r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 154 \text{ cm}$

Gambar 4. 8 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 3

Berikut transkrip wawancara pada subjek MR untuk soal nomor 3 indikator Representasi (*Representation*)

Peneliti : “menurut kamu apakah informasi di soal sudah cukup untuk di ubah ke bentuk gambar dan simbol matematika?”

Siswa : “Informasi di soal sudah cukup sih kak untuk membuat gambar lingkaran dengan jari-jari yang diketahui, kita juga bisa membuat model matematika”

Peneliti : “menurut kamu soal ini mudah atau sulit?”

Siswa : “mssudah kak”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.8, karakteristik kognitif Subjek MR (kategori kemampuan sedang) pada indikator representasi dapat dibedah secara granular melalui tiga langkah pengerjaannya. Langkah pertama, di sisi kiri lembar jawaban, subjek merekonstruksi informasi teks menjadi bentuk visual berupa gambar lingkaran yang dilengkapi titik pusat, garis jari-jari, dan label "7 cm". Langkah ini membuktikan kepemilikan WoU berupa Representasi Piktorial yang akurat. Proses ini digerakkan oleh WoT berupa penalaran translatif spasial, di mana subjek mampu membayangkan objek geometri dari sebuah teks tertulis.

Langkah kedua, di bagian tengah, subjek mengekstrak informasi dengan menuliskan "Dik $r = 7 \text{ cm}$ " dan " $\pi = \frac{22}{7}$ ". Tindakan pemisahan variabel ini menunjukkan berjalannya WoT berupa *Structured-Systematic Thinking* (Berpikir Sistematis-Terstruktur). Subjek secara sadar memilah data yang relevan untuk mereduksi beban kognitif (*cognitive load*). Hal ini menghasilkan WoU berupa Representasi Simbolik yang mapan, karena subjek tidak sekadar menggambar, tetapi juga menerjemahkan gambar tersebut ke dalam bahasa matematika formal. Langkah ketiga, di sisi kanan, subjek memodelkan rumus $L = \pi \times r^2$ dan melakukan substitusi hingga menemukan hasil 154 cm. Terdapat temuan krusial pada langkah ini: subjek melakukan pengerjaan yang melampaui batas instruksi (soal hanya meminta pemodelan, bukan hasil akhir hitungan). Tindakan *over-answering* ini membuktikan dominasi WoT berupa *Computational Habit* (Refleks Algoritmik), di mana subjek terbiasa bahwa setiap penulisan rumus harus selalu diakhiri dengan eksekusi perhitungan. Produk pemahamannya (WoU) berkembang menjadi Representasi Simbolik-Aljabar.

Analisis dari bukti tertulis ini terkonfirmasi secara kuat melalui wawancara. Ketika peneliti menanyakan kecukupan informasi soal, subjek merespons, "Informasi di soal sudah cukup sih kak untuk membuat gambar lingkaran... kita juga bisa membuat model matematika". Pernyataan lisan ini menunjukkan WoT berupa kesadaran metakognitif;

subjek memiliki justifikasi logis bahwa untuk membuat representasi visual dan simbolik dari sebuah lingkaran, mengetahui panjang jari-jari adalah syarat yang mutlak dan sudah terpenuhi. Pernyataan lanjutan bahwa soal tersebut "mudah" semakin menegaskan bahwa struktur kognitif subjek sangat stabil dalam menerima instruksi translasi tersebut. Secara keseluruhan, keterpaduan antara gambar visual, ekstraksi data sistematis, dan pemodelan rumus (beserta perhitungan refleksnya) menyimpulkan bahwa Subjek MR berhasil mencapai kategori Translasi Multi-Representasi Akurat. WoT yang sistematis terbukti sukses membantu subjek mengonstruksi WoU yang terintegrasi antara visual dan simbolik dengan sangat baik.

$$\begin{aligned}
 4 \text{ Dik: } r &= 14 \text{ cm} & Lk &= Jl \times r^2 \\
 Jl &= \frac{22}{7} & &= \frac{22}{7} \times 14^2 \\
 & & &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 & & &= 616 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 9 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 4

Berikut transkrip wawancara pada subjek MR untuk soal nomor 4 indikator

Kelancaran Prosedur (*Procedural Fluency*)

Peneliti : “apakah kamu yakin dengan jawaban nomor 4?”

Siswa : “yakin kak”

Peneliti : “kenapa kamu merasa yakin?”

Siswa : “karena saya mengerjakannya sesuai dengan yang sudah kami pelajari di kak”

Peneliti : “coba jelaskan bagaimana kamu mengerjakannya

Siswa : “pertama saya buat dulu diketahuinya kemudian memasukkan kedalam rumus luas lingkaran, setelah itu dikali dan dibagi sampai dapat hasil akhir”

Peneliti : “apakah setiap langkah pengerjaannya saling berhubungan?”

Siswa : ”iya kak, untuk membuat langkah 2, kita harus tau dulu langkah peramanya, begitupun seterusnya”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.9, karakteristik kognitif Subjek MR (kategori kemampuan sedang) pada indikator kelancaran prosedur dapat dibedah secara berurutan melalui tahapan algoritmanya. Langkah pertama, subjek memulai dengan mengidentifikasi data: menuliskan "Dik:", sempat melakukan sedikit coretan koreksi (yang menunjukkan adanya pemantauan kognitif/ *self-monitoring*), lalu menulis $r = 14$ cm dan menetapkan $\pi = \frac{22}{7}$. Tindakan ekstraksi ini merupakan produk WoU berupa Identifikasi Prosedural yang digerakkan oleh WoT berjenis *Algorithmic-Linear Thinking* (Berpikir Algoritmik-Linear). Subjek terbiasa bahwa langkah valid pertama dalam matematika adalah mendata informasi.

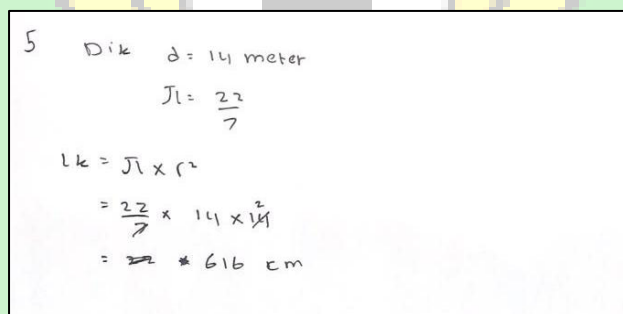
Langkah kedua, subjek memodelkan rumus $Lk = \pi \times r^2$. Langkah ketiga, subjek melakukan substitusi menjadi $\frac{22}{7} \times 14^2$ dan secara konsisten menjabarkannya menjadi perkalian berulang $\frac{22}{7} \times 14 \times 14$. Tindakan menjabarkan pangkat dua sebelum mengeksekusi perhitungan ini membuktikan berjalannya WoT berupa Penalaran Manipulasi Sekuensial. Subjek tidak melompat mengambil jalan pintas, melainkan patuh pada urutan operasi aljabar. Hal ini berujung pada Langkah keempat, yaitu subjek mencoret angka 14 dan 7 (proses eliminasi pembagian) hingga mendapatkan hasil akhir yang akurat, yakni 616 cm^2 . Eksekusi ini mencerminkan WoU dalam kategori Eksekusi Algoritmik Tepat.

Ketajaman analisis terhadap rutinitas prosedural ini terkonfirmasi secara utuh melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti menanyakan alasan keyakinannya, subjek MR menjawab, "karena saya mengerjakannya sesuai dengan yang sudah kami pelajari di kak". Pernyataan ini adalah bukti fundamental dari WoT yang berbasis Otoritas Eksternal (*Externalized Authority*). Berbeda dengan siswa berkemampuan tinggi yang

biasanya memiliki justifikasi taktis internal, Subjek MR bersandar pada ingatan algoritmik yang telah diajarkan gurunya.

Selanjutnya, saat subjek mampu menjabarkan prosedurnya ("membuat diketahui, memasukkan rumus, dikali dan dibagi..."), ia membuktikan kepemilikan WoU berupa Pemahaman Prosedural Linier. Puncak analisis terletak pada pernyataan subjek bahwa "untuk membuat langkah 2, kita harus tau dulu langkah pertamanya". Ini merepresentasikan WoT berupa kesadaran akan Dependensi Sekuensial (*Sequential Dependency*). Subjek MR mungkin tidak mengeksplorasi cara-cara alternatif, namun ia sangat sadar bahwa algoritma matematika adalah sebuah rantai prasyarat yang tidak boleh diputus atau dibalik urutannya.

Secara keseluruhan, integrasi dari kepatuhan penulisan langkah demi langkah dan argumentasi wawancara ini membuktikan bahwa Subjek MR telah memenuhi indikator kelancaran prosedur dengan baik. WoT subjek yang bersifat linear-algoritmik terbukti sukses dan efektif dalam membangun WoU berupa eksekusi perhitungan yang terstruktur, rapi, dan menghasilkan jawaban yang akurat untuk tipe soal standar



Handwritten solution for finding the area of a circle:

$$\begin{aligned}
 5 \quad & \text{Dik } d = 14 \text{ meter} \\
 & r = \frac{d}{2} \\
 & r = \frac{14}{2} \\
 & r = 7 \\
 & L_k = \pi \times r^2 \\
 & = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 & = 22 \times 28 \\
 & = 616 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 10 Jawaban Subjek MR Soal Nomor 5

Berikut transkrip wawancara pada subjek MR untuk soal nomor 5 indikator Penerapan (*Application*)

Peneliti : “untuk soal nomor lima kamu yakin ini diselesaikan dengan menggunakan konsep luas lingkaran?”

Siswa : “yakin kak”

Peneliti : “kenapa ?”

- Siswa : “tentu masalah nomor 5 ini diselesaikan dengan konsep luas lingkaran kak, karena tamannya berbentuk lingkaran dan akan ditanam rumput di dalamnya”
- Peneliti : “apa yang terjadi kalo salah penyelesaiannya?”
- Siswa : “rumput yang ditanam gak sesuai kak”
- Peneliti : “sekarang coba perhatikan jawaban kamu apakah sudah benar?”
- Siswa : ”kayaknya benar sih kak”
- Peneliti : “di soal ini kan diketahui diameter taman, tadi kamu bilang kalo diketahui diameternya kita bisa mencari luas. Nah pertanyaannya diameter itu boleh langsung dimasukkan ke rumus atau diubah dulu?”
- Siswa : “oh iya diubah ke jari-jari dulu ya kak harusnya?”
- Peneliti : “iya, kan rumusnya pake jari-jari bukan diameter. Terus itu di hasil akhir satuannya tiba tiba jadi *cm* harusnya m^2 ”.

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.10, karakteristik kognitif Subjek MR pada indikator penerapan (*application*) memperlihatkan adanya ketidaksinkronan antara ekstraksi data dan eksekusi algoritmanya. Hal ini dapat ditelusuri melalui tiga langkah pengerjaan tertulis. Langkah pertama, subjek mengekstrak informasi dengan menuliskan $d = 14$ meter dan $\pi = \frac{22}{7}$. Proses ini menunjukkan WoT berupa identifikasi faktual yang bersifat mekanis; subjek memindahkan angka dari soal namun tidak melakukan pra-pemrosesan data (konversi ke jari-jari).

Langkah kedua, subjek menuliskan rumus $L = \pi r^2$ dan langsung melakukan substitusi menjadi $\frac{22}{7} \times 14 \times 14$. Pada titik inilah terjadi distorsi kognitif yang fatal. Subjek memasukkan angka 14 (yang berstatus sebagai diameter) ke dalam variabel r (jari-jari). Tindakan ini membuktikan berjalannya WoT berupa *Inconsistent Reasoning* (Penalaran Tidak Konsisten). Subjek gagal menyinkronkan data yang ia ketahui dengan syarat matematis yang diminta oleh rumus. Langkah ketiga, dari hasil perhitungan

tersebut subjek menuliskan jawaban akhir 616 cm. Penulisan satuan cm (padahal soal menggunakan meter) menunjukkan produk WoU dalam kategori *Decontextualized-Abstract Style* (Reduksi Konseptual-Abstrak). Subjek MR sepenuhnya kehilangan konteks spasial dan nyata dari soal cerita tersebut, mereduksinya menjadi sekadar hitungan angka buta tanpa makna besaran fisik yang konsisten.

Menariknya, kelemahan pada eksekusi tertulis ini sangat kontras dengan hasil wawancara lisan. Ketika ditanya alasan menggunakan konsep luas, MR menjawab secara meyakinkan: "karena tamannya berbentuk lingkaran dan akan ditanam rumput di dalamnya". Bahkan, MR mampu memprediksi konsekuensi pragmatisnya, "rumpun yang ditanam gak sesuai kak". Pernyataan verbal ini merupakan bukti kuat dari WoT berupa *Contextual Identification Reasoning* (Penalaran Identifikasi Konteks) yang sangat baik. Secara lisan, MR memiliki WoU berupa Pemahaman Fungsional-Konseptual, di mana ia sadar betul fungsi matematika untuk mengukur area rumput.

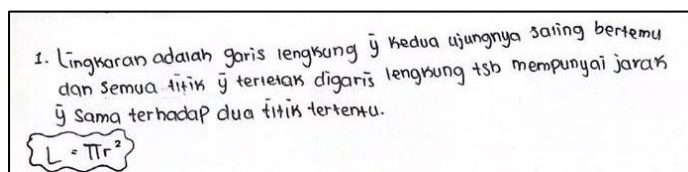
Namun, ketika peneliti meminta MR memvalidasi ulang jawabannya ("kayaknya benar sih kak") dan harus dipancing terlebih dahulu agar menyadari kesalahan konversi diameternya, hal tersebut membuktikan lemahnya pemantauan metakognitif (*self-monitoring*) subjek saat mengeksekusi hitungan. Subjek MR terbukti memiliki Pemahaman Konseptual Terisolasi (WoU); ia tahu konsep relasi diameter dan jari-jari di kepalanya, namun konsep tersebut terputus dan tidak otomatis teraktivasi saat tangannya menuliskan penyelesaian aljabar. Secara keseluruhan, dapat disimpulkan bahwa Subjek MR hanya memenuhi indikator penerapan secara sebagian (kategori cukup). WoT MR mampu mengidentifikasi konteks soal cerita secara lisan dengan sangat baik, namun inkonsistensi penalaran algoritmik dan minimnya pemantauan kognitif saat menulis membuat produk pemahamannya (WoU) menjadi tereduksi dan tidak akurat.

Tabel 4.3 Hasil Triangulasi Pada Subjek MR (Kategori Kemampuan Sedang)

Indikator	Hasil Tes	Hasil wawancara
<i>Interpreting:</i>	Menjelaskan konsep luas lingkaran dengan baik	"luas lingkaran itu adalah ukuran area tertutup pada

	menggunakan bahasanya sendiri.	suatu lingkaran kak, rumusnya πr^2 ”.
Exemplifying:	Alasan yang diberikan masuk akal akan tetapi belum dapat membedakan mana yang menggunakan konsep luas lingkaran dan tidak menggunakan konsep luas lingkaran	“menurut saya menghitung diameter roda karena dalam konsep luas lingkaran, kalau diketahui diameternya berarti luas dari lingkaran bisa dicari kak”.
Representation:	mampu mengubah informasi verbal menjadi gambar lingkaran dan membuat model matematika dengan benar	“Informasi di soal sudah cukup sih kak untuk membuat gambar lingkaran dengan jari-jari yang diketahui, kita juga bisa membuat model matematika”
Procedural Fluency:	Mampu menyelesaikan setiap langkah dengan baik dan tepat namun terjadi kesalahan saat menghitung hasil akhir	“saya yakin dengan penyelesaian yang saya buat kak. Pertama saya buat dulu diketahuinya kemudian memasukkan kedalam rumus luas lingkaran, setelah itu dikali dan dibagi sampai dapat hasil akhir”
Application:	mampu mengambil informasi dari soal. Dan menghubungkan konsep luas lingkaran dengan masalah kontekstual. Namun pada penyelesaian terjadi kesalahan yang disebabkan oleh ketidaktelitian	“tentu masalah nomor 5 ini diselesaikan dengan konsep luas lingkaran kak, karena tamannya berbentuk lingkaran.”
Kesimpulan	Berdasarkan hasil triangulasi tes dan wawancara, Subjek 2 menunjukkan pemahaman konsep matematis yang cukup baik pada materi luas lingkaran. Siswa mampu memahami konsep, menggunakan prosedur yang tepat, dan menerapkan konsep dalam penyelesaian masalah, meskipun masih terdapat beberapa kesalahan akibat kurang teliti. Oleh karena itu, Subjek 2 termasuk dalam kategori kemampuan sedang.	

c. Analisis Data Subjek Kategori Kemampuan Rendah



Gambar 4. 11 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 1

Berikut transkrip wawancara pada subjek FRJ untuk soal nomor 1 indikator Penyajian Ulang (*Interpreting*).

- Peneliti : “coba dibaca soal nomor 1, apa yang ditanya di soal tersebut?”
- Siswa : “pengertian luas lingkaran dan cara menentukannya kak”
- peneliti : “menurut kamu, jawabannya sudah benar atau belum?”
- Siswa : “benar kak”
- Peneliti : “emangnya menurut kamu kalo ditanya pengertian lingkaran dengan pengertian luas lingkaran itu sama?”
- Siswa : “Oh iya kak beda harus nya”
- Peneliti : “nah coba jelasin apa itu luas lingkaran”
- Siswa : “luas dari lingkaran kak”

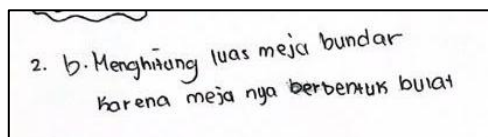
Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.11, karakteristik kognitif Subjek FRJ (kategori kemampuan rendah) pada indikator penyajian ulang (*interpreting*) menunjukkan adanya fragmentasi pemahaman yang signifikan. Hal ini dapat dibedah secara spesifik melalui dua bagian pengerjaan tertulisnya. Langkah pertama, subjek menuliskan definisi: "Lingkaran adalah garis lengkung y kedua ujungnya saling bertemu...". Tindakan ini merepresentasikan WoU berupa Definisi Konsep yang Salah Sasaran (*Misaligned Concept Definition*). Subjek FRJ gagal menangkap esensi pertanyaan (luas lingkaran) dan justru mendefinisikan keliling/bentuk lingkarannya. Proses ini digerakkan oleh WoT berupa Asosiasi Kata

Kunci Permukaan (*Superficial Keyword Association*). Ketika subjek membaca soal, otaknya hanya merespons stimulus kata "lingkaran" dan secara refleks memanggil memori hafalan teks tanpa melakukan penyaringan analitis.

Langkah kedua, tepat di bawah definisi yang salah sasaran tersebut, subjek menggambar sebuah gelembung (awan) dan menuliskan rumus $L = \pi r^2$ di dalamnya. Tindakan menuliskan rumus yang benar di bawah definisi yang tidak relevan ini mempertegas kepemilikan WoU pada level *Instrumental Understanding* (Pemahaman Instrumental) yang sangat terisolasi. Subjek menghafal rumus luas, tetapi rumusnya berdiri sendiri sebagai objek simbolik yang tidak terhubung dengan narasi kalimat di atasnya. Kerusakan struktural pada kognitif subjek ini semakin terkonfirmasi secara jelas melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti meminta subjek membaca ulang soal, subjek secara verbal mampu menjawab dengan tepat bahwa yang ditanyakan adalah "pengertian luas lingkaran". Namun, ketika ditanya apakah jawabannya sudah benar, subjek menjawab "benar kak". Fenomena ini membuktikan matinya kontrol metakognitif (*self-monitoring*) pada WoT subjek; FRJ tidak mampu mendeteksi kontradiksi antara "apa yang baru saja ia ucapkan" dengan "apa yang telah ia tulis".

Lebih lanjut, subjek baru menyadari kesalahannya setelah peneliti memberikan intervensi eksplisit ("emangnya... sama?"). Hal ini menunjukkan bahwa proses evaluasi FRJ sangat bergantung pada Validasi Eksternal (*External Validation*), bukan penalaran internal. Puncak dari minimnya pemahaman konsep ini terlihat pada baris terakhir wawancara. Saat diminta menjelaskan ulang apa itu luas lingkaran, subjek memberikan jawaban tautologis (berputar-putar): "luas dari lingkaran kak". Jawaban yang tidak bermakna ini adalah bukti tak terbantahkan bahwa subjek FRJ tidak memiliki WoU berupa Citra Konsep (*Concept Image*) keruangan. Subjek tidak memiliki bayangan mental visual bahwa luas adalah "daerah yang menutupi bagian dalam". Secara keseluruhan, dominasi WoT yang bersifat memori-mekanis (hanya mengandalkan ingatan jangka pendek tanpa elaborasi) menghasilkan WoU yang tereduksi dan tautologis. Hal ini menempatkan kemampuan Subjek FRJ pada indikator penyajian

ulang di kategori rendah.



Gambar 4. 12 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 2

Berikut transkrip wawancara pada subjek FRJ untuk soal nomor 2 indikator Pemberian Contoh (*Exemplifying*)

- Peneliti : “menurut kamu jawaban nomor 2 ini sudah benar?”
 Siswa : “sudah kak”
 peneliti : “kenapa? apa alasannya”
 Siswa : “karena meja bundar itu kan bulat kak”
 Peneliti : “emangnya pilihan yang lain bentuknya ga bulat?”
 Siswa : “bulat juga sih kak”
 Peneliti : “kalo gitu apa yang membedakan poin b dengan yang lain sehingga itu yang menurut kamu menggunakan konsep luas lingkaran? Kan sama sama lingkaran bentuknya. Apa alasan spesifiknya.”
 Siswa : “karena ada kata luas di poin b kak”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.12, karakteristik kognitif Subjek FRJ (kategori kemampuan rendah) pada indikator pemberian contoh (*exemplifying*) memperlihatkan fenomena jawaban benar yang tidak didasari oleh penalaran matematis (*pseudo-correctness*). Hal ini dapat dibedah secara spesifik melalui dua elemen pada lembar jawabannya. Langkah pertama, subjek memilih opsi "b. Menghitung luas meja bundar". Secara hasil akhir, pilihan ini tepat. Namun pada langkah kedua, subjek menuliskan justifikasinya: "karena meja nya berbentuk bulat". Bukti tertulis ini secara langsung merepresentasikan WoU berupa Pemahaman Atribut

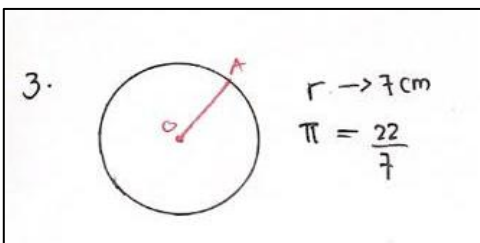
Parsial (*Surface Attribute*). Subjek mereduksi kelengkapan konsep luas menjadi sekadar identifikasi visual fisik. Hal ini didorong oleh WoT berjenis *Perceptual-Based Thinking*; di mana proses klasifikasi objek di dalam otak subjek hanya bersandar pada persepsi geometri permukaan (yakni bentuk bulat), tanpa melibatkan penalaran fungsional mengenai konsep luasan ruang dua dimensi.

Kerapuhan fondasi penalaran tertulis tersebut terungkap sepenuhnya melalui proses *probing* saat wawancara. Ketika peneliti menanyakan kelogisan alasannya dengan membandingkan opsi lain ("emangnya pilihan yang lain bentuknya ga bulat?"), subjek dengan mudah goyah dan menjawab, "bulat juga sih kak". Respons ini membuktikan ketidakstabilan struktur kognitif subjek, di mana ia tidak memiliki landasan rasional yang kuat untuk mempertahankan argumennya. Puncak dari kegagalan penalaran konseptual ini terlihat pada respons terakhir subjek saat terdesak mencari alasan spesifik. Subjek menjawab, "karena ada kata luas di poin b kak". Jawaban ini merupakan temuan krusial yang membuktikan bahwa WoT subjek murni beroperasi pada level Asosiasi Kata Kunci Permukaan (*Superficial Keyword Association*). FRJ sama sekali tidak melakukan evaluasi matematis terhadap konteks kegiatan di masing-masing opsi pilihan ganda; ia sekadar mencocokkan teks kata "luas" di soal dengan kata "luas" di pilihan jawaban.

Secara keseluruhan, integrasi antara alasan tertulis yang dangkal dan konfirmasi kebingungan saat wawancara menyimpulkan bahwa Subjek FRJ belum memenuhi indikator pemberian contoh dengan baik. Meskipun secara kebetulan ia memilih opsi yang benar, WoU yang dimilikinya masih sangat parsial dan belum menyentuh esensi konsep, yang diakibatkan oleh dominannya WoT berbasis persepsi visual dan pencocokan kata kunci mekanis belaka.

Jika dikaitkan dengan kemungkinan respon yang telah diidentifikasi, Subjek FRJ secara eksplisit termasuk dalam kategori Pemilihan Berbasis Atribut Permukaan/Pengecoh (*Surface Attribute*) alasan yang diberikan FRJ ("karena meja bundar itu bentuknya bulat") persis mencerminkan pola yang telah diperkirakan dalam analisis instrumen, yaitu siswa memilih berdasarkan kemiripan bentuk visual bukan

berdasarkan pemahaman konsep luas. Meskipun jawabannya kebetulan benar, kemampuan Subjek FRJ pada indikator pemberian contoh tergolong belum optimal.



Gambar 4. 13 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 3

Berikut transkrip wawancara pada subjek FRJ untuk soal nomor 3 indikator Representasi (*Representation*)

Peneliti : “menurut kamu apakah informasi di soal sudah cukup untuk di ubah ke bentuk gambar dan simbol matematika?”

Siswa : “cukup untuk saya menggambar lingkaran dengan jarak antara titik pusat ke garis lingkarannya adalah 7 cm, kemudian $r = 7$ cm dan $\pi = 22/7$ sebagai model matematikanya.”

Peneliti : “untuk model matematikanya kenapa ga ditulis sampe selesai?”

Siswa : “oh iya kak saya pikir cuma perlu ditulis sampe diketahuinya aja”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.13, karakteristik kognitif Subjek FRJ (kategori kemampuan rendah) pada indikator representasi dapat dibedah melalui dua tahapan pengerjaan yang terhenti di tengah jalan. Langkah pertama, di sisi kiri, subjek menggambar sebuah lingkaran dan secara spesifik menggunakan tinta merah untuk menarik garis dari titik pusat (diberi label 'O') menuju tepi lingkaran (diberi label 'A'). Secara visual, langkah ini membuktikan kepemilikan WoU berupa Representasi Piktorial yang akurat. Proses ini digerakkan oleh WoT berupa Penalaran Translatif Spasial (*Spatial Translative Reasoning*); subjek terbukti mampu memvisualisasikan teks soal ke dalam bentuk geometri dua dimensi secara presisi.

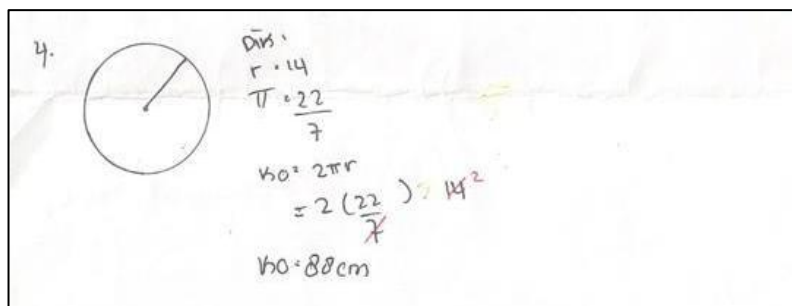
Langkah kedua, di sisi kanan gambar, subjek mengekstrak informasi dengan

menuliskan " $r \rightarrow 7 \text{ cm}$ " dan " $\pi = \frac{22}{7}$ ". Penggunaan tanda panah ($\rightarrow$) alih-alih tanda sama dengan ($=$) pada jari-jari merupakan detail kognitif yang menarik. Ini menunjukkan bahwa subjek melakukan proses WoT berupa Ekstraksi Informasi Sederhana, namun ia belum sepenuhnya memandang hal tersebut sebagai sebuah elemen aljabar formal, melainkan sekadar catatan pinggir (*informal labeling*).

Kelemahan utama dari pengerjaan tertulis ini adalah ketiadaan rumus (pemodelan matematis). Akar dari permasalahan ini terungkap secara jelas melalui transkrip wawancara. Ketika subjek mendeskripsikan jari-jari secara lisan sebagai "jarak antara titik pusat ke garis lingkarannya", subjek terbukti memiliki pemahaman konsep jari-jari yang sangat baik. Namun, ketika subjek melanjutkan kalimatnya dengan klaim bahwa penulisan r dan π tersebut adalah "sebagai model matematikanya", terungkaplah sebuah miskonsepsi yang fatal.

Pernyataan lisan tersebut, ditambah dengan justifikasinya ("saya pikir cuma perlu ditulis sampe diketahuinya aja"), membuktikan bahwa Subjek FRJ mengalami malfungsi WoT dalam bentuk *Rigid Symbolic Thinking* (Pemikiran Simbolik Kaku). Subjek FRJ mengalami penyempitan makna leksikal; ia mengira bahwa "model matematika" hanyalah tentang mengubah kata "jari-jari" menjadi simbol " r ". Ia tidak menyadari bahwa pemodelan menuntut adanya persamaan fungsional (seperti $L = \pi r^2$) yang menghubungkan simbol-simbol tersebut.

Akibat dari WoT yang kaku dan menyempit ini, produk pemahaman (WoU) subjek pada indikator ini tertahan pada kategori Representasi Terfragmentasi (*Fragmented Representation*). Subjek berhasil membedah informasi dari teks ke gambar (visual) dan ke simbol dasar, namun jembatan kognitif untuk merangkai simbol-simbol tersebut menjadi sebuah model persamaan yang utuh terputus. Hal ini menempatkan kemampuan Subjek FRJ pada indikator representasi di level parsial (cukup, namun tidak tuntas).



Handwritten student work showing a circle diagram and calculations for its circumference and area. The diagram is a circle with a radius line drawn from the center to the circumference. The calculations are as follows:

$$\begin{aligned} \text{Dik:} \\ r &= 14 \\ \pi &= \frac{22}{7} \\ k_0 &= 2\pi r \\ &= 2 \left(\frac{22}{7} \right) \cdot 14^2 \\ k_0 &= 88 \text{ cm} \end{aligned}$$

Gambar 4. 14 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 4

Berikut transkrip wawancara pada subjek FRJ untuk soal nomor 4 indikator Kelancaran Prosedur (*Procedural Fluency*)

Peneliti : “apakah kamu yakin dengan jawaban nomor 4?”

Siswa : “kurang yakin kak”

Peneliti : “kurang yakin kenapa?”

Siswa : “karena saya bingung mau pake rumus yang mana”

Peneliti : “kenapa bingung, kan jelas yang ditanyakan luas lingkaran berarti pakai rumus luas”

Siswa : “iya kak saya masih sering tertukar antara rumus luas dan keliling”

Peneliti : “berarti susah ya kerjain soal ini?”

Siswa : ” lumayan kak, susah karena masih ketukar rumus”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.14, karakteristik kognitif Subjek FRJ (kategori kemampuan rendah) pada indikator kelancaran prosedur memperlihatkan fenomena "eksekusi buta" atau salah sasaran sejak tahap awal pemodelan. Hal ini dapat dibedah secara spesifik melalui tiga langkah pengerjaannya. Langkah pertama, subjek menggambar sketsa lingkaran dan menuliskan ekstraksi data: "Dik: $r = 14$ " serta " $\pi = \frac{22}{7}$ ". Tindakan ini menunjukkan proses identifikasi awal yang berjalan normal. Namun pada Langkah kedua, subjek justru menuliskan rumus keliling lingkaran, yakni $Ko = 2\pi r$. Di sinilah letak kerusakan prosedural yang fatal. Pemilihan rumus ini digerakkan oleh WoT berjenis *Associative-Retrieval Thinking* (Pemikiran Pemanggilan-Asosiatif) yang disfungsional. Subjek terpicu oleh kata kunci

"lingkaran" di soal, lalu secara impulsif memanggil rumus pertama yang terlintas di ingatannya tanpa melakukan penyaringan konseptual bahwa soal meminta "luas".

Langkah ketiga, subjek melakukan substitusi nilai dan mengeksekusi perhitungan dengan mencoret angka 7 dan 14 (proses pembagian bersusun) hingga mendapatkan hasil akhir 88 cm. Ironisnya, eksekusi aritmatika ini dilakukan dengan tepat untuk prosedur pencarian keliling. Tindakan ini membuktikan bahwa subjek memiliki WoU berupa Pemahaman Prosedural Mekanis; subjek FRJ tahu persis *cara* mengeksekusi operasi hitung aljabar, tetapi ia gagal memahami *apa* tujuan dari hitungan yang sedang ia kerjakan.

Kerancuan kognitif pada lembar jawaban tersebut terungkap akar masalahnya secara eksplisit melalui transkrip wawancara. Ketika peneliti menanyakan keyakinannya, subjek secara jujur menjawab "kurang yakin kak... karena saya bingung mau pake rumus yang mana". Respons ini membuktikan bahwa subjek FRJ sebenarnya masih memiliki pemantauan metakognitif (*self-monitoring*); ia sadar dirinya sedang menebak, namun tidak memiliki fondasi konsep untuk memvalidasi tebakannya tersebut.

Puncak dari konfirmasi malfungsi kognitif ini terletak pada pengakuan subjek bahwa ia "masih sering tertukar antara rumus luas dan keliling". Pengakuan verbal ini adalah temuan krusial yang merepresentasikan WoU berupa *Confounded Concept* (Konsep yang Tumpang Tindih). Di dalam struktur kognitif FRJ, konsep "luas" (mengukur area dalam) dan "keliling" (mengukur garis batas luar) belum terpisah menjadi dua entitas fungsional yang berbeda, melainkan hanya dianggap sebagai "dua rumus hafalan yang mirip". Secara keseluruhan, integrasi antara eksekusi hitungan yang salah sasaran dan pengakuan kebingungan saat wawancara menyimpulkan bahwa Subjek FRJ berada pada kategori Defisit Keterampilan Proses (*Process Skill Deficit*). Subjek gagal memenuhi indikator kelancaran prosedur karena dominasi WoT yang spekulatif (asal tebak rumus) menghasilkan WoU yang tumpang tindih.

$$\begin{aligned}
 &5. \quad \begin{array}{l} d = 14 \text{ cm} \\ r = 7 \text{ cm} \end{array} \\
 &\quad \pi = \frac{22}{7} \\
 &\quad K = 2\pi r \\
 &\quad = 2(22)7 \\
 &\quad = 88
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 15 Jawaban Subjek FRJ Soal Nomor 5

Berikut transkrip wawancara pada subjek FRJ untuk soal nomor 5 indikator Penerapan (*Application*).

Peneliti : “untuk soal nomor lima kamu yakin dengan penyelesaiannya?”

Siswa : “ini juga gak yakin kak, rasanya lebih susah dari nomor 4. Saya sering kali mengalami kesulitan saat mengerjakan soal cerita ”

Peneliti : “tapi kamu sudah menuliskan diketahui dengan benar, Cuma salah pemilihan rumus yang mengakibatkan salah total. Menurut kamu kalau salah hitung apa yang terjadi pada masalah ini”

Siswa : “rumput yang ditanam gak sesuai kak”

Berdasarkan pengerjaan tes tertulis pada Gambar 4.15, karakteristik kognitif Subjek FRJ (kategori kemampuan rendah) pada indikator penerapan (*application*) memperlihatkan adanya pemisahan antara kemampuan ekstraksi data dengan pemilihan strategi penyelesaiannya. Hal ini dapat dibedah secara berurutan melalui tiga langkah pengerjaan tertulis. Langkah pertama, subjek menuliskan $\frac{d=14 \text{ cm}}{r=7 \text{ cm}}$ dan $\pi = \frac{22}{7}$. Berbeda dengan Subjek MR yang langsung memasukkan angka diameter ke rumus, Subjek FRJ secara tepat berhasil mengonversi diameter menjadi jari-jari ($r = 7$). Langkah awal ini membuktikan WoT berupa *Analytical Extraction Reasoning* (Penalaran Ekstraksi Analitis). Produk WoU yang dihasilkannya adalah Pemahaman Relasi Dimensi Awal yang Tepat.

Langkah kedua, subjek menuliskan rumus $Ko = 2\pi r$ dan melakukan substitusi

menjadi $2\left(\frac{22}{7}\right)7$. Di sinilah titik krusial kegagalan penyelesaian masalahnya. Subjek kembali mengulang kesalahan nomor 4 dengan memilih rumus Keliling (Ko) alih-alih Luas (L). Kegagalan ini digerakkan oleh WoT berjenis *Affective-Blockage Thinking* (Kecemasan Kognitif Soal Cerita) yang memicu *Associative Retrieval*. Kecemasan saat membaca soal berbasis konteks membuat kontrol kognitif subjek runtuh, sehingga secara refleks otaknya memanggil kembali rumus keliling yang baru saja ia kerjakan pada soal sebelumnya. Hal ini menghasilkan WoU berupa *Misapplied Procedural Model* (Model Prosedural Salah Terapan). Langkah ketiga, subjek mencoret angka 7 (proses eliminasi pembagian) dan memperoleh hasil akhir 44 cm. Secara teknis aritmatika, eksekusi ini tepat untuk rumus keliling. Penulisan satuan cm (padahal konteks taman umumnya menggunakan satuan meter) mengonfirmasi WoU berupa *Decontextualized-Abstract Style* (Reduksi Konseptual-Abstrak), di mana angka dihitung lepas dari konteks besaran fisik dunia nyata.

Ketimpangan kognitif ini semakin terkonfirmasi secara utuh melalui wawancara. Ketika ditanya mengenai keyakinannya, FRJ secara jujur mengaku "ini juga gak yakin kak, rasanya lebih susah dari nomor 4. Saya sering kali mengalami kesulitan saat mengerjakan soal cerita". Pernyataan verbal ini adalah bukti empiris dari WoT berupa *Affective-Blockage* (Hambatan Afektif); rasa takut yang berlebih pada format "soal cerita" memblokir kemampuan analitis subjek dalam memilih rumus yang sesuai. Namun, ketika peneliti memberikan stimulus berupa pertanyaan dampak ("menurut kamu kalau salah hitung apa yang terjadi?"), subjek merespons secara spontan dan tepat: "rumput yang ditanam gak sesuai kak". Jawaban lisan ini membuktikan bahwa secara intuitif, Subjek FRJ memiliki WoT berupa *Contextual Identification Reasoning* dan WoU berupa Pemahaman Fungsional-Konseptual. Secara wacana verbal, FRJ paham bahwa permasalahan taman dan rumput membutuhkan pengukuran daerah (luasan).

Secara keseluruhan, integrasi bukti tertulis dan wawancara ini menyimpulkan bahwa Subjek FRJ mengalami *Structural Disconnect* (Pemutusan Struktural) antara

pemahaman kontekstual lisan dengan eksekusi prosedural tertulisnya. Subjek FRJ hanya memenuhi indikator penerapan pada tingkat dasar/rendah, di mana WoT yang terdistraksi oleh kecemasan soal cerita menyebabkan WoU konseptualnya tidak mampu mengeksplorasi rumus aljabar yang tepat.

Tabel 4. 4 Hasil Triangulasi Pada Subjek FRJ (Kategori Kemampuan Rendah)

Indikator	Hasil Tes	Hasil wawancara
<i>Interpreting:</i>	Dapat menjelaskan konsep lingkaran dengan bahasa sendiri tapi belum bisa menjelaskan konsep luas lingkaran.	“luas lingkaran adalah luas dari lingkaran kak”
<i>Exemplifying:</i>	“saya pilih yang menghitung luas meja bundar karena meja bundar itu bentuknya bulat kak”	“saya pilih yang menghitung luas meja bundar karena meja bundar itu bentuknya bulat kak”
<i>Representation:</i>	mampu mengubah informasi verbal menjadi gambar lingkaran dan menunjukkan jari-jari dengan benar, tapi belum menuliskan model matematika.	“Informasi di soal cukup untuk saya menggambar lingkaran dengan jarak antara titik pusat ke garis lingkarannya adalah 7 cm, kemudian $r = 7$ cm dan $\pi = 22/7$ sebagai model matematikanya.”
<i>Procedural Fluency:</i>	belum mampu membedakan rumus luas dan rumus keliling lingkaran. Terjadi miskonsepsi pada pemilihan prosedur.	“Saya sedikit ragu karena masih agak susah membedakan 2 rumus dalam lingkaran.”
<i>Application:</i>	mampu mengambil informasi dari soal dan mengubah diameter menjadi jari-jari. Namun gagal menerapkan konsep luas lingkaran pada konteks kehidupan nyata karena masih menggunakan rumus keliling.	“gak yakin kak, rasanya lebih susah dari nomor 4. Saya sering kali mengalami kesulitan saat mengerjakan soal cerita ”

kesimpulan	Dari hasil tes dan wawancara, Subjek FRJ menunjukkan pemahaman konsep matematis yang masih rendah pada materi luas lingkaran. FRJ mampu mengenali beberapa konsep dasar, seperti menggambar lingkaran dan mengidentifikasi informasi yang diketahui pada soal. Namun, siswa masih mengalami kesulitan dalam menjelaskan konsep luas lingkaran secara tepat, membedakan rumus luas dan keliling lingkaran, serta menerapkan konsep tersebut pada masalah kontekstual. Hal ini menunjukkan bahwa WoT dan WoU yang dimiliki FRJ belum berkembang secara optimal, sehingga pemahaman konsep matematis nya masih perlu ditingkatkan.
-------------------	---

B. Pembahasan

Berdasarkan hasil analisis data tes dan wawancara, ditemukan bahwa pemahaman konsep matematis siswa pada materi luas lingkaran berbeda-beda sesuai dengan tingkat kemampuan matematis yang dimiliki siswa. Perbedaan tersebut terlihat pada kemampuan siswa dalam menyajikan kembali konsep, memberikan contoh, merepresentasikan konsep ke dalam bentuk gambar dan simbol matematika, menggunakan prosedur penyelesaian, serta menerapkan konsep luas lingkaran dalam permasalahan kehidupan sehari-hari. Temuan penelitian ini dianalisis menggunakan kerangka DNR (Duality, Necessity, and Repeated Reasoning) yang dikembangkan oleh Harel dengan meninjau dua aspek utama, yaitu WoT dan WoU.

Menurut Harel, WoU merupakan hasil pemahaman yang dimiliki seseorang terhadap suatu konsep matematika, sedangkan WoT merupakan cara berpikir yang digunakan seseorang dalam membangun dan menggunakan pemahaman tersebut. Kedua aspek ini memiliki hubungan yang saling mempengaruhi sehingga cara berpikir siswa akan mempengaruhi pemahaman konsep yang dimiliki, begitu pula sebaliknya.³

Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan tinggi memiliki pemahaman konsep matematis yang lebih baik dibandingkan siswa dengan

³ Harel. (2008). *What Is Mathematics? A Pedagogical Answer to a Philosophical Question*.

kemampuan sedang dan rendah. Subjek NA mampu memenuhi seluruh indikator pemahaman konsep matematis, yaitu penyajian ulang (*interpreting*), pemberian contoh (*exemplifying*), representasi (*representation*), kelancaran prosedur (*procedural fluency*), dan penerapan (*application*). Keunikan WoU Subjek NA yang bersifat relasional-konseptual tercermin secara simultan melalui karakteristik WoT yang melandasi nya, yaitu *Structural Reconstructive Thinking*, *Analytical-Classification Reasoning*, *Representational Flexibility*, *Transformational Reasoning*, dan *Systemic Problem-Solving Reasoning* pada masing-masing indikator. Ketika diminta mendefinisikan luas lingkaran, NA tidak terjebak pada pengucapan rumus πr^2 , melainkan mampu menginterpretasikannya sebagai total area permukaan bidang datar yang dibatasi oleh busur lingkaran berjarak sama dari titik pusat karena ia memandang matematika sebagai satu kesatuan sistem logis.

Keunikan interaksi kognitif ini juga terlihat dari kemampuan NA melakukan multi-representasi secara fleksibel saat mentranslasikan soal cerita kontekstual lingkaran ke dalam bentuk sketsa geometris secara akurat, lengkap dengan penempatan posisi jari-jari (r) dan diameter (d). Kedalaman WoU tersebut senantiasa dikawal oleh kebiasaan berpikir NA yang dicirikan oleh proses metakognisi yang kuat, di mana ia selalu melakukan *self-correction* (pemeriksaan kembali) terhadap kelogisan setiap langkah hitung sebelum menuliskan jawaban akhir. Manifestasi konseptual ini terlihat jelas saat NA tidak sekadar menerima nilai $\pi = \frac{22}{7}$ atau 3,14 sebagai hafalan buta, melainkan secara sadar memahami kapan dan mengapa nilai tersebut harus diterapkan berdasarkan analisis karakteristik angka jari-jari yang diberikan, apakah merupakan kelipatan 7 atau bukan.

Temuan ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Nurhasanah yang menyatakan bahwa siswa yang memiliki WoT yang baik cenderung mampu membangun pemahaman konsep yang lebih mendalam dan dapat menghubungkan

berbagai ide matematika secara logis.⁴ Pada penelitian ini, subjek NA tidak hanya mampu menggunakan rumus luas lingkaran, tetapi juga memahami makna konsep dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, pemahaman yang dimiliki siswa tidak hanya bersifat prosedural, tetapi juga konseptual.

Temuan ini juga memperkuat penelitian yang dilakukan Lutfi dan Herman yang menyatakan bahwa cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah persamaan lingkaran dipengaruhi oleh cara memahami konsep yang telah dipelajari sebelumnya. Cara memahami yang utuh menghasilkan cara berpikir yang sistematis, efektif, dan logis, sedangkan cara memahami yang salah atau tidak utuh menghasilkan cara berpikir yang tidak logis.⁵ Temuan ini relevan untuk menjelaskan mengapa Subjek NA mampu memenuhi seluruh indikator pemahaman konsep secara konsisten karena *Ways of Understanding* yang dimilikinya terhadap unsur-unsur lingkaran (jari-jari, diameter, dan hubungan antar unsur) telah terbentuk secara utuh sejak awal, sehingga WoT yang digunakan saat menyelesaikan soal pun otomatis menjadi runtut dan logis.

Sementara itu, subjek MR merepresentasikan kelompok siswa yang mengalami kesenjangan kognitif yang unik, di mana pemahaman konseptualnya sering kali terdistorsi oleh prosedur formalitas matematika melalui WoU yang bersifat prosedural-parsial. Meskipun MR mampu mengenali rumus luas lingkaran dengan baik, wujud interpretasinya terhadap soal sangat bergantung pada petunjuk visual yang eksplisit sehingga jika soal disajikan tanpa gambar, WoU subjek tersebut seketika menjadi goyah. Keunikan fatal pada WoU subjek MR bermanifestasi saat melakukan eksekusi simbolik, di mana subjek sering kali mengalami "miskonsepsi substitusi" berupa tindakan langsung memasukkan nilai diameter (d) ke dalam variabel jari-jari (r) pada rumus luas πr^2 tanpa membaginya dengan angka dua terlebih dahulu, atau secara tidak

⁴ Nurhasanah, Hani. (2019). *Ways of Thinking (WoT) (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) Siswa dalam Menyelesaikan Masalah pada Vektor Ditinjau dari Teori Harel*. Tesis.

⁵ Lutfi, Jasmin Salsabila dan Herman Tantang. (2023). "Ways Of Understanding Dan Ways Of Thinking Siswa MAN Berdasarkan Teori Harel Dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Lingkaran". *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika* Volume 8 Nomor 1.

sadar memetakan konsep luas lingkaran ke dalam struktur rumus keliling ($2\pi r^2$) akibat kemiripan visualisasi simbolnya.

Kondisi tersebut digerakkan oleh karakteristik WoT subjek MR yang didominasi oleh *Algorithmic-Driven Thinking* (berpikir berbasis algoritma atau langkah baku), di mana ia memiliki keyakinan kognitif bahwa menyelesaikan soal matematika sekadar tentang mengikuti resep langkah demi langkah yang kaku (*rigid*). Keunikan WoT pada subjek MR ini ditandai pula dengan *Inconsistent Reasoning* (penalaran tidak konsisten), yang mana pada awal pengerjaan subjek mampu bernalar secara logis, namun di tengah jalan kontrol kognitifnya melemah akibat terburu-buru sehingga terjadi lonjakan logika (*logical leaps*) yang merusak hasil akhir.

Ketidakstabilan WoT pada Subjek MR sejalan dengan pandangan Harel dalam Mefiana & Herman (2023) bahwa WoT merupakan karakteristik tindakan mental yang menghasilkan WoU sebagai produknya. Ketika tindakan mental belum konsisten dilakukan, pemahaman yang dihasilkan pun belum sepenuhnya stabil. Kesalahan yang dilakukan MR dalam mengidentifikasi unsur lingkaran dapat dikategorikan sebagai kesalahan prinsip.⁶

Hasil tersebut juga sejalan dengan penelitian Lailiyah, Kurlillah, dan Kusaeri yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan sedang umumnya telah memahami konsep dasar yang dipelajari, tetapi masih mengalami ketidakkonsistenan ketika menghadapi permasalahan yang lebih kompleks atau kontekstual.⁷ Siswa pada kategori ini cenderung memahami prosedur penyelesaian, tetapi terkadang kurang teliti dalam menghubungkan konsep yang dimiliki dengan situasi yang diberikan dalam soal.

Berbeda dengan subjek NA dan MR, subjek FRJ menampilkan profil kognitif yang mengalami hambatan epistemologis serius, di mana tindakan mentalnya terputus

⁶ Syifa Ananda Mefiana dan Tatang Herman, "Karakteristik *Ways of Thinking (WoT)* dan *Ways of Understanding (WoU)* Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan". *Journal on Mathematics Education Research*, vol. 4, no. 2, (2023): 139-148.

⁷ Siti Lailiyah, Fitria Anis Kurlillah dan Kusaeri. "Student's Ways of Thinking and Ways of Understanding Analysis in Solving Mathematics Problems In Term Of Adversity Quotient". *Jurnal Tadris Matematika*, 16, 2 (2023): 151-171.

dari esensi matematika yang logis akibat produk pemahamannya (WoU) yang bersifat *superficial* (permukaan) dan terfragmentasi (terpecah-pecah). Bagi FRJ, lingkaran hanyalah sebuah objek visual berbentuk bulat tanpa keterkaitan komponen internal seperti jari-jari (r), diameter (d), maupun nilai π , sehingga interpretasinya terhadap luas lingkaran murni merupakan produk hafalan buta tanpa makna (*memorized product*). Manifestasi WoU yang muncul pada lembar jawaban FRJ ini ditandai dengan ketidakmampuan total dalam melakukan representasi visual, penulisan rumus yang acak-acakan seperti mencampurkan rumus luas lingkaran dengan luas persegi panjang, serta proses penyelesaian yang berhenti di tengah jalan tanpa adanya konklusi.

Kelumpuhan produk pemahaman tersebut dikendalikan oleh karakteristik berpikir (WoT) FRJ yang sangat spesifik namun keliru, yang disebut sebagai *Keyword-Driven Thinking* atau *Associative Thinking*. Kebiasaan berpikir FRJ saat membaca soal hanyalah memburu "kata kunci" seperti kata "luas" atau "lingkaran", lalu secara spekulatif mengaitkan angka-angka yang tertera di dalam soal menggunakan operasi hitung acak, baik dikali maupun ditambah begitu saja demi mendapatkan angka akhir tanpa mempedulikan struktur logis hubungan antar konsep. Alur berpikir yang tidak rasional ini diperparah oleh adopsi *Authoritarian Proof Scheme*, di mana FRJ menganggap rumus matematika sebagai aturan kaku atau ketetapan dari guru yang mutlak harus diikuti tanpa ada kebutuhan untuk memahami dasar logikanya.

Hasil penelitian ini didukung oleh penelitian Pramesti dan Prasetya yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan matematika rendah cenderung mengalami kesulitan dalam menghubungkan konsep-konsep matematika serta sering menggunakan prosedur yang kurang tepat dalam menyelesaikan masalah.⁸ Akibatnya, siswa lebih banyak mengandalkan ingatan terhadap rumus daripada memahami makna konsep yang mendasarinya.

⁸ Cicik Pramesti, Ariesandi Prasetya, "Analisis Tingkat Kesulitan Belajar Matematika Siswa dalam Menggunakan Prinsip Matematis". *Jurnal Pendidikan Matematika* Vol. 11, No. 2, (2021): 10-17.

Kekeliruan FRJ dalam membedakan rumus luas dan keliling lingkaran juga sejalan dengan temuan Siregar dkk., yang mengidentifikasi bahwa penyebab utama kesalahan siswa pada materi lingkaran adalah kurangnya pemahaman terhadap konsep dasar pada materi prasyarat serta kesulitan menghubungkan antar konsep, bukan sekadar ketidaktelitian semata.⁹ WoU yang belum terbentuk pada level konsep dasar ini berdampak langsung pada WoT siswa, yang cenderung berorientasi pada hafalan rumus tanpa kemampuan menjustifikasi mengapa rumus tersebut digunakan.

Secara umum, hasil penelitian menunjukkan adanya hubungan yang kuat antara WoT dan WoU dalam pemahaman konsep matematis siswa. Siswa dengan WoT yang baik cenderung memiliki WoU yang lebih kuat, sehingga mampu memahami, menjelaskan, dan menerapkan konsep luas lingkaran dengan benar. Sebaliknya, siswa yang memiliki WoT yang belum berkembang dengan baik menunjukkan WoU yang kurang kuat, sehingga mengalami kesulitan dalam memahami maupun menerapkan konsep yang dipelajari.

Temuan ini mendukung prinsip dualitas Harel yang menyatakan bahwa cara siswa memahami konsep matematika tidak dapat dipisahkan dari cara berpikir yang digunakan dalam membangun pemahaman tersebut.¹⁰ Dengan kata lain, peningkatan pemahaman konsep matematis tidak hanya bergantung pada penguasaan rumus atau prosedur, tetapi juga pada pengembangan cara berpikir matematis yang logis, reflektif, dan terhubung dengan konsep yang dipelajari. Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun pemahaman konsep secara bermakna melalui aktivitas yang mendorong berkembangnya WoT dan WoU secara bersamaan.

⁹ Hesty Marwani Siregar, "Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Tes Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis Materi Lingkaran. *Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*. Volume 8, No. 3, (2019): 497-507.

¹⁰ Harel. (2008). *What Is Mathematics? A Pedagogical Answer to a Philosophical Question*

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan yang telah diuraikan pada BAB IV mengenai WoT dan WoU siswa dalam pemahaman konsep matematis pada materi luas lingkaran, dapat ditarik kesimpulan bahwa karakteristik WoT dan WoU siswa berbeda-beda sesuai dengan tingkat kemampuan matematis yang dimiliki, dengan rincian sebagai berikut:

1. Siswa dengan kategori kemampuan tinggi (Subjek NA) memiliki WoU yang bersifat relasional-konseptual, ditandai dengan kemampuan memaknai luas lingkaran sebagai konsep utuh (bukan sekadar rumus) serta melakukan multi-representasi secara fleksibel dari soal cerita ke bentuk sketsa geometris. Karakteristik ini dilandasi oleh WoT berupa penalaran transformasional dan berpikir struktural, yang tampak dari kebiasaan metakognitif subjek dalam memeriksa kembali kelogisan setiap langkah penyelesaian sebelum menuliskan jawaban akhir. Kombinasi WoT dan WoU tersebut membuat NA mampu memenuhi seluruh indikator pemahaman konsep penyajian ulang, pemberian contoh, representasi, kelancaran prosedur, dan penerapan secara konsisten dan logis.
2. Siswa dengan kategori kemampuan sedang (Subjek MR) menunjukkan WoU yang bersifat prosedural-parsial, yaitu pemahaman konsep yang masih sangat bergantung pada petunjuk visual eksplisit dan rawan mengalami miskonsepsi substitusi (menukar peran diameter dan jari-jari, atau tertukar dengan struktur rumus keliling). Kondisi ini terbentuk dari WoT yang didominasi pola berpikir berbasis algoritma (*algorithmic-driven thinking*) yang kaku, serta penalaran yang tidak konsisten (*inconsistent reasoning*) subjek mampu bernalar logis pada tahap awal, tetapi kontrol kognitifnya melemah di tengah proses pengerjaan sehingga terjadi lonjakan logika yang berdampak pada hasil akhir.

3. Siswa dengan kategori kemampuan rendah (Subjek FRJ) menunjukkan WoU yang bersifat superfisial dan terfragmentasi, di mana konsep lingkaran dipahami sebatas objek visual berbentuk bulat tanpa keterkaitan yang jelas antara jari-jari, diameter, dan nilai π , sehingga jawaban yang diberikan lebih merupakan produk hafalan tanpa makna. Kondisi ini dibentuk oleh WoT berupa pola berpikir berbasis kata kunci (*keyword-driven/associative thinking*) yang memburu istilah tertentu dalam soal tanpa menelaah struktur logis antar konsep, diperkuat oleh kecenderungan memandang rumus matematika sebagai ketentuan mutlak yang harus diikuti tanpa perlu dipahami dasar logikanya (*authoritarian proof scheme*).
4. Secara umum, terdapat hubungan timbal balik (dualitas) yang kuat antara *Ways of Thinking* dan WoU dalam pemahaman konsep matematis siswa. Siswa dengan cara berpikir yang baik cenderung memiliki pemahaman konsep yang lebih kuat, dan sebaliknya, pemahaman konsep yang mendalam turut memperkuat WoT siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa peningkatan pemahaman konsep matematis siswa tidak hanya bergantung pada penguasaan rumus dan prosedur, tetapi juga pada pengembangan cara berpikir matematis yang logis, reflektif, dan bermakna.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, peneliti menyampaikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Bagi Guru

Guru diharapkan dapat merancang pembelajaran matematika yang tidak hanya menekankan hafalan rumus, tetapi juga mendorong siswa untuk membangun WoT yang logis dan reflektif, misalnya melalui pertanyaan-pertanyaan yang memancing siswa menjelaskan alasan di balik setiap langkah penyelesaian. Perhatian khusus perlu diberikan kepada siswa berkemampuan sedang dan rendah, khususnya dalam membedakan konsep luas dan keliling lingkaran serta mengasah ketelitian dalam menerapkan konsep pada soal kontekstual.

2. Bagi Siswa

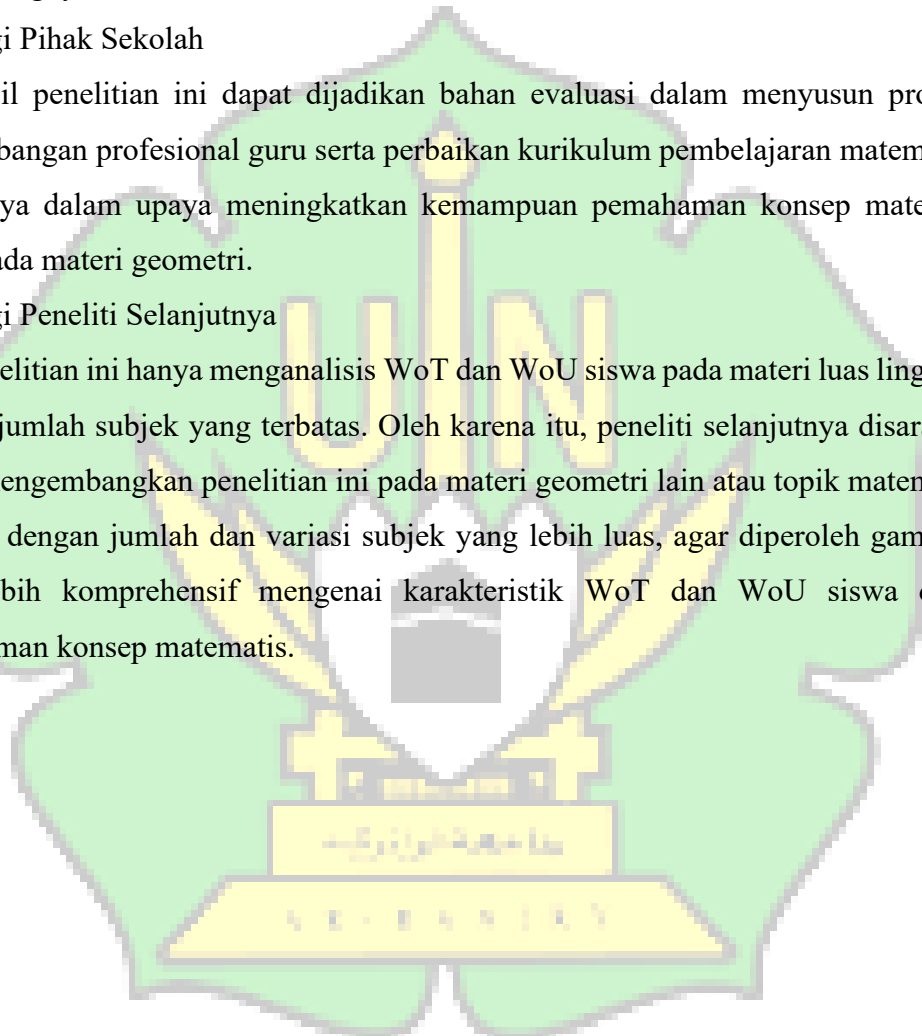
Siswa disarankan untuk membiasakan diri memahami makna suatu konsep matematika, bukan sekadar menghafal rumus, serta membiasakan diri memeriksa kembali langkah penyelesaian agar dapat meminimalisasi kesalahan yang disebabkan oleh kurangnya ketelitian.

3. Bagi Pihak Sekolah

Hasil penelitian ini dapat dijadikan bahan evaluasi dalam menyusun program pengembangan profesional guru serta perbaikan kurikulum pembelajaran matematika, khususnya dalam upaya meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematis siswa pada materi geometri.

4. Bagi Peneliti Selanjutnya

Penelitian ini hanya menganalisis WoT dan WoU siswa pada materi luas lingkaran dengan jumlah subjek yang terbatas. Oleh karena itu, peneliti selanjutnya disarankan untuk mengembangkan penelitian ini pada materi geometri lain atau topik matematika lainnya, dengan jumlah dan variasi subjek yang lebih luas, agar diperoleh gambaran yang lebih komprehensif mengenai karakteristik WoT dan WoU siswa dalam pemahaman konsep matematis.



DAFTAR PUSTAKA

- Anwar, Nevi Trianaty. (2018). Peran kemampuan literasi matematis pada pembelajaran matematika abad-21. *PRISMA: Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1(1), 364–370.
- Damayanti, Yuyun, dan Anita, Ika Wahyu. (2023). Karakteristik kemampuan pemahaman konsep siswa kelas VIII di MTs Az-Zahra Parongpong berdasarkan gender. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 6(5), 1831–1840.
- Farid, Miftah. (2024). Sejarah matematika Yunani. *Jurnal Darussalam: Jurnal Ilmiah dan Sosial*, 25(2).
- Giriansyah, Fajri Elang, Pujiastuti, Heni, dan Ihsanudin, Ihsanudin. (2022). Kemampuan pemahaman matematis siswa berdasarkan teori Skemp ditinjau dari gaya belajar. *Jurnal Cendekia: Jurnal Guruan Matematika*, 7(1), 751–765.
- Gusniwati, Mira. (2015). Pengaruh kecerdasan emosional dan minat belajar terhadap penguasaan konsep matematika siswa SMAN di Kecamatan Kebon Jeruk. *Formatif: Jurnal Ilmiah Guruan MIPA*, 5(1), 26–41.
- Gusteti, Meria Ultra, dan Neviyarni. (2022). Pembelajaran berdiferensiasi pada pembelajaran matematika di Kurikulum Merdeka. *Jurnal Ilmiah Guruan Matematika*, 3(3).
- Harel, G. (2008a). DNR-based instruction in mathematics as a conceptual framework for curriculum, instruction, and teacher education. *ZDM – Mathematics Education*, 40(3), 487–500.
- Harel, G. (2008b). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. *ZDM – Mathematics Education*, 40(3).
- Hendriana, Heris. (2014). Meningkatkan kemampuan pemahaman matematik siswa melalui pembelajaran berbasis masalah dan strategi Think Talk and Write. *Jurnal Ilmu Guruan dan Pengajaran*, 1(1).
- Izzah, Khodijah Habibatul, dan Azizah, Mira. (2019). Analisis kemampuan penalaran siswa dalam pemecahan masalah matematika siswa kelas IV. *Indonesian Journal of Educational Research and Review*, 2(2).
- Kamarullah. (2017). Guruan matematika di sekolah kita. *Jurnal Guruan dan Pembelajaran Matematika*, 1(1).

- Kesumawati, Nila. (2008). Pemahaman konsep matematik dalam pembelajaran matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Guruan Matematika*, Universitas Negeri Yogyakarta, 229–235.
- Khairunnisa, Aulia, Gozali, Sumanang Muhtar, dan Juandi, Dadang. (2022). Systematic literature review: Kemampuan pemahaman matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. *Jurnal Cendekia: Jurnal Guruan Matematika*, 6(2), 1846–1856.
- Kowiyah, Konita, Arina, dan Andyra, Rara. (2024). Hubungan pemahaman konsep matematis dengan kemampuan berpikir kritis matematika siswa sekolah dasar. *Indonesian Journal of Elementary Education*, 6(1), 71–80.
- Kurniati, A. (2015). Mengenalkan matematika terintegrasi Islam kepada anak sejak dini. *Suska Journal of Mathematics Education*, 1(1), 1–8.
- Kurniawan, Asep. (2018). *Metodologi penelitian Guruan*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Lailiyah, Siti, Kurlillah, Fitria Anis, dan Kusaeri. (2023). Student's ways of thinking and ways of understanding analysis in solving mathematics problems in term of adversity quotient. *Jurnal Tadris Matematika*, 16(2), 151–171.
- Lutfi, Jasmine Salsabila, dan Herman, Tatang. (2023). Ways of understanding dan ways of thinking siswa MAN berdasarkan teori Harel dalam menyelesaikan masalah persamaan lingkaran. *Jurnal Ilmiah Guruan Matematika*, 8(1), 16–23.
- Mahbub, Roihul, dan Sulistyorini. (2025). Analisis kemampuan berpikir kreatif dan analitik dalam memecahkan masalah perbandingan primatika. *Jurnal Guruan Matematika*, 14(1), 181–192.
- Manurung, Angelin, dan Manurung, Nurliani. (2024). Model pembelajaran Conceptual Understanding Procedures untuk kemampuan pemahaman konsep matematis siswa. *Jurnal Guruan Matematika*, 15(2), 173–181.
- Maure, Yunico L., Djong, Kristoforus D., dan Dosinaeng, Wilfridus B. N. (2020). Analisis pemahaman konsep matematika siswa SMA pada materi program linear. *Jurnal KeGuruan Matematika*, 2(1), 47–56.
- Mefiana, Syifa Ananda, dan Herman, Tatang. (2023). Karakteristik Ways of Thinking (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) siswa kelas VII dalam menyelesaikan masalah bilangan bulat dan pecahan. *Journal on Mathematics Education Research*, 4(2), 139–148.
- Meilawati, Dea Fajar. (2020). Analisis pemahaman konsep matematika siswa kelas 4 sekolah dasar. *Seminar Nasional Guruan, FKIP UNMA*, 2(2).

- Nurhasanah, Hani. (2019). *Ways of thinking (WoT) dan ways of understanding (WoU) siswa dalam menyelesaikan masalah pada vektor ditinjau dari teori Harel*. Tesis Universitas Guruan Indonesia.
- Pramesti, Cicik, dan Prasetya, Ariesandi. (2021). Analisis tingkat kesulitan belajar matematika siswa dalam menggunakan prinsip matematis. *Jurnal Guruan Matematika*, 11(2), 10–17.
- Pramono, Aria Joko. (2017). Aktivitas metakognitif siswa SMP dalam pemecahan masalah matematika berdasarkan kemampuan matematika. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 8(2), 133–142.
- Puspitasari, Nurul Diah, dan Susanah. (2022). Analisis representasi matematis siswa SMP dalam memecahkan masalah aritmatika sosial. *Jurnal Ilmiah Guruan Matematika*, 11(3), 958–967.
- Rahmah, Anisa Fitri Nur, Fauziyah, Nur, dan Suryanti, Sri. (2024). Analisis translasi representasi matematis dalam menyelesaikan AKM data dan ketidakpastian berdasarkan gaya berpikir. *JIIIP (Jurnal Ilmiah Ilmu Guruan)*, 7(1), 1066–1073.
- Rahman, Yasinta, Zuhendri, dan Zulfah. (2025). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis ditinjau dari gaya belajar siswa SMP Negeri 1 Bangkinang. *Jurnal Pemikiran dan Penelitian Guruan Matematika (JP3M)*, 8(1), 51–63.
- Rohmah, Miftakur. (2024). Kemampuan pemahaman konsep matematis siswa kelas V materi pecahan. *Jurnal Ilmiah Guruan Madrasah Ibtidaiyah*, 8(2).
- Sabirin, Muhamad. (2014). Representasi dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Guruan Matematika*, 1(2), 33.
- Safitri, Arni, dan Lestari, Karunia Eka. (2022). Analisis kelancaran prosedural matematis siswa berdasarkan kemandirian belajar. *Jurnal Educatio*, 8(2), 444–452.
- Salim, dan Haidir. (2019). *Penelitian Guruan: Metode, pendekatan, dan jenis*. Jakarta: Kencana Prenadamedia Group.
- Samosir, Christina Monika, dan Herman, Tatang. (2023). Students' ways of understanding and thinking based on Harel's theory in solving set problems. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 7(2), 169–179.
- Saputra, Ahmad Nur Iryanto, dkk. (2025). Ways of thinking dan ways of understanding siswa dalam menyelesaikan soal bilangan rasional ditinjau dari teori Harel. *Jurnal Guruan Mandala*, 10(2), 832–841. (Catatan: Karena dkk tidak dijabarkan dalam data awal Anda, ini disesuaikan dengan ketersediaan nama).

- Septian, Ari, A, Deby, dan M, Destysa. (2020). Model pembelajaran kooperatif tipe Student Teams Achievement Division (STAD) untuk meningkatkan pemahaman konsep matematika. *Mathema Journal*, 2(2).
- Siburian, Jefri Oktolius, Pangaribuan, Firman, dan Marbun, Yanty Maria R. (2024). Analisis pemahaman konsep siswa pada lingkaran kelas IX UPTD SMP Negeri 7 Pematang Siantar. *Innovative: Journal of Social Science Research*, 4(1), 6195–6208.
- Siregar, Hesty Marwani. (2019). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal tes kemampuan berpikir kreatif matematis materi lingkaran. *Jurnal Program Studi Guruan Matematika*, 8(3), 497–507.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Sugiyono. (2018). *Metode penelitian Guruan kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Suraji, Maimunah, dan Saragih, Sehatta. (2018). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis dan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa SMP pada materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). *Suska Journal of Mathematics Education*, 4(1), 9–16.
- Susanti, Yuliana. (2020). Pembelajaran matematika dengan menggunakan media berhitung di sekolah dasar dalam meningkatkan pemahaman siswa. *Jurnal Edukasi dan Sains*, 2(3), 435–448.
- Tonra, Wilda Syam, dkk. (2023). Mathematical thinking dan kaitannya dengan ways of understanding, ways of thinking. *SIGMA*, 9(1), 17–24.
- Ulandari, N., dan Julie, H. (2021). Analisis kelancaran prosedural matematis siswa dalam menyelesaikan masalah geometri. *Jurnal Cendekia: Jurnal Guruan Matematika*, 5(3), 2341–2352.
- Unaenah, Een, dan Sumantri, Muhammad Syarif. (2019). Analisis pemahaman konsep matematis siswa kelas 5 sekolah dasar pada materi pecahan. *Jurnal Basicedu*, 3(1), 106–111.
- Wandini, Rora Rizky, dkk. (2021). Upaya meningkatkan proses pembelajaran matematika di SDN 34 Batang Nadenggan. *Jurnal Guruan, Ilmu Sosial, dan Pengabdian Kepada Masyarakat*, 1(3), 384–391.
- Yanti, Aning Wida, dkk. (2022). Pemahaman konsep siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi fungsi kuadrat menurut teori Kilpatrick.

MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology, 7(1), 30–49.

Yufentya, W. Eggy, Roza, Yenita, dan Maimunah. (2019). Analisis kemampuan pemahaman konsep siswa kelas VIII SMP pada materi lingkaran. *Jurnal Matematika*, 2(3), 197–202.

Zebua, Viktor, dan Zega, Yulisman. (2024). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal lingkaran di kelas VIII SMP Negeri 1 Amandraya. *Indo-MathEdu Intellectuals Journal*, 5(2), 1740–1751.



LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1: Surat Keputusan Pembimbing Skripsi





Lampiran 2: Surat Permohonan Izin dari Fakultas



**KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI AR-RANIRY BANDA ACEH
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN**

Jl. Syeikh Abdur Rauf Kopelma Darussalam Banda Aceh Telp/Fax. : 0651-752921

Nomor : B-3170/Un.08/FTK.1/TL.00/5/2026

Lamp : -

Hal : ***Penelitian Ilmiah Mahasiswa***

Kepada Yth,

Kepala Kantor Kementerian Agama Kota Sigli

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Fakultas Tarbiyah Dan Keguruan UIN Ar-Raniry dengan ini menerangkan bahwa:



Lampiran 3: Surat Permohonan Izin dari Kantor Kementerian Agama

	KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA KANTOR KEMENTERIAN AGAMA KABUPATEN PIDIE Jalan Kuala Nomor 5 Sigli, Pidie 24114 Email: kabpidie@kemenag.go.id
Nomor : B- 2405 /Kk.01.05/PP.07/05/2026 Lamp : - Hal : Rekomendasi Izin Penelitian	Sigli, 11 Mei 2026
Yth. Kepala MTsN 5 Pidie di – Tempat	
Assalamu'alaikum. Wr. Wb.	



Lampiran 4: Surat Telah Melakuka Penelitian di Sekolah





Lampiran 5: Instrumen Penelitian (soal tes kemampuan pemahaman konsep)

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : VIII/Genap

Materi Pokok : Lingkaran

Pentunjuk Pengerjaan :

- Bacalah setiap soal dengan seksama.
- Tulis nama dan kelas di lembar jawaban.
- Tulis jawaban dengan jelas dan lengkap.



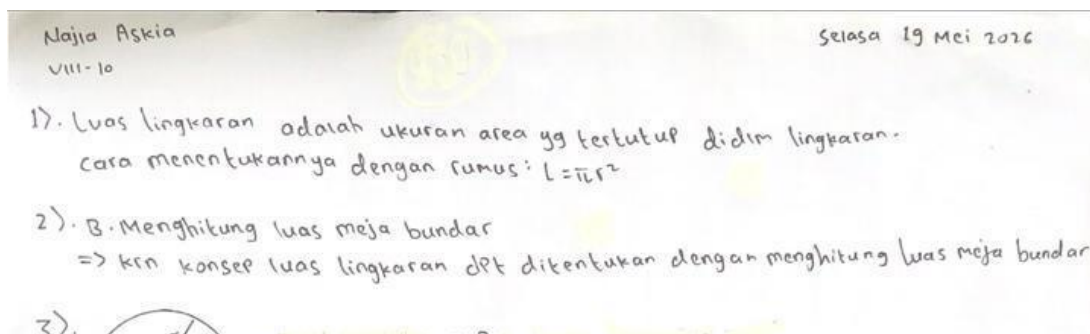
Lampiran 6: Instrumen Penelitian (Teks Wawancara)

Indikator	Pedoman wawancara
Interpreting	“Menurut kamu luas lingkaran itu apa? Dan bagaimana cara kita menentukan luas suatu lingkaran?”

Exemplifying	“Menurut kamu jawaban pada nomor dua apakah sudah benar? Coba jelaskan alasannya kenapa poin yang kamu pilih benar sedangkan yang lain salah.”
Representation	“Menurut kamu apakah informasi soal sudah cukup untuk diubah ke bentuk gambar dan simbol matematikanya?”
Procedural fluency	“Apakah kamu yakin dengan jawaban kamu pada soal ini? Coba jelaskan langkah ketika kamu mengerjakannya.”
Application	“Untuk soal ini kamu yakin diselesaikan dengan konsep luas lingkaran? Kenapa ini diselesaikan dengan luas lingkaran? Apa yang terjadi kalau seandainya salah melakukan perhitungan?”



Lampiran 7: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 1





Lampiran 8: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 2

nama : M. Rifaldi
 kelas : VIII-10
 Tgl : 19-5-2026
 mapel : MTk

1. * luas lingkaran adalah ukuran area yg tertutup dlm lingkaran
 * cara menentukannya = dng rumus $L = \pi . r^2$

2.

C. menghitung diameter roda
 absannya =



Lampiran 9: Lembar Jawaban Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Subjek 3

Nama: Firnisa Raudhatul Jannah
 Kelas: VIII-10

Selasa, 19 - Mei / 2020

1. Lingkaran adalah garis lengkung yang kedua ujungnya saling bertemu dan semua titik yang terletak di garis lengkung tersebut mempunyai jarak yang sama terhadap dua titik tertentu.



Lampiran 10: Rubrik Penilaian

No soal	Indikator	Butir soal	Kriteria jawaban siswa	Skor
1.	Penyajian Ulang (<i>Interpreting</i>)	Jelaskan dengan bahasamu sendiri apa yang dimaksud dengan luas lingkaran dan bagaimana cara menentukannya.	Menjelaskan pengertian luas lingkaran secara tepat dan logis dengan bahasa sendiri, serta menyebutkan cara menentukannya (rumusnya) dengan benar.	4
			Menjelaskan pengertian luas lingkaran dengan bahasa sendiri, namun cara menentukannya kurang tepat, atau sebaliknya.	3
			Menjelaskan konsep dengan kurang tepat (masih tertukar dengan keliling) dan cara menentukannya salah.	2
			Jawaban tidak relevan dengan konsep luas lingkaran.	1
			Tidak ada jawaban.	0
2.	Pemberian Contoh (<i>Exemplifying</i>)	perhatikan kegiatan berikut. Manakah yang merupakan penggunaan konsep luas lingkaran? Jelaskan alasanmu.	Memilih opsi (b) dengan tepat dan memberikan alasan yang sangat jelas mengapa opsi lain (a, c, d) bukan merupakan penggunaan konsep luas (melainkan keliling/panjang).	4
		e. Menghitung panjang pagar taman berbentuk lingkaran	Memilih opsi (b) dengan tepat dan memberikan alasan yang cukup relevan, namun kurang detail dalam menjelaskan opsi lainnya.	3
		f. Menghitung luas meja berbentuk bundar g. Menghitung diameter roda	Memilih opsi (b) dengan tepat, tetapi tidak menyertakan penjelasan/alasan sama sekali.	2

		h. Menghitung jarak tempuh roda	Memilih opsi yang salah, meskipun ada usaha untuk menjelaskan.	1
			Tidak ada jawaban.	0
3.	Representasi (<i>Representation</i>)	Lingkaran memiliki jari-jari cm. Gambarkan dan tuliskan model matematika untuk luas lingkaran tersebut!	Menggambar lingkaran dengan proporsional, memberi keterangan jari-jari 7 cm dengan tepat, dan menuliskan model matematikanya ($L = \pi r^2$).	4
			Menggambar lingkaran beserta keterangannya dengan tepat, tetapi tidak menuliskan model matematikanya, ATAU sebaliknya.	3
			Menggambar dan menuliskan model matematika, tetapi terdapat kesalahan konsep pada gambar atau rumus.	2
			Hanya menggambar lingkaran asal-asalan tanpa keterangan atau menulis rumus yang salah total.	1
			Tidak ada jawaban.	0
4.	Kelancaran Prosedur (<i>Procedural Fluency</i>)	Sebuah lingkaran memiliki jari-jari 14 cm. tentukan luas lingkaran tersebut.	Menuliskan langkah penyelesaian secara runut (diketahui, rumus), menghitung dengan akurat, dan hasil akhir benar $L = 616\text{cm}^2$.	4
			Menuliskan langkah penyelesaian dengan runut, menggunakan rumus yang benar, namun terdapat kesalahan kecil (kalkulasi) pada hasil akhir.	3
			Menggunakan rumus yang salah atau keliru memasukkan angka,	2

			sehingga hasil akhir salah dan prosedur tidak sistematis.	
			Menjawab dengan hasil akhir saja tanpa prosedur/langkah-langkah, dan hasilnya salah.	1
			Tidak ada jawaban.	0
5.	Penerapan (<i>Application</i>)	Siswa kelas VIII di MTsN 5 Pidie sedang merencanakan kegiatan penghijauan di halaman sekolah. Mereka akan membuat sebuah taman berbentuk lingkaran di depan kelas. Panitia mencatat bahwa diameter taman tersebut adalah 14 meter. Seluruh bagian taman akan ditanami rumput agar terlihat rapi dan indah. Agar dapat memperkirakan jumlah rumput yang dibutuhkan, siswa diminta untuk menghitung luas taman tersebut. Berapakah luas taman yang harus ditanami rumput?	Mengidentifikasi informasi (diameter = 14 m, maka jari-jari = 7 m), menerapkan rumus luas lingkaran dengan tepat, menghitung dengan akurat 154 m^2 , dan menyimpulkan sesuai konteks.	4
			Mengidentifikasi informasi dengan benar dan menerapkan rumus, namun ada kesalahan perhitungan (hasil salah) atau lupa menyertakan satuan dan kesimpulan kontekstual.	3
			Gagal mengidentifikasi bahwa yang diketahui adalah diameter (langsung menggunakan 14 sebagai jari-jari), sehingga hasil perhitungannya menjadi tidak tepat pada konteks soal.	2
			Tidak mampu menerjemahkan soal cerita ke dalam bahasa matematika dan langkah penyelesaiannya tidak terarah.	1
			Tidak ada jawaban.	0



Lampiran 11: Dokumentasi



Lampiran 12. Riwayat Hidup Penulis

DAFTAR RIWAYAT HIDUP**DATA PRIBADI**

Nama Lengkap : Dhia Rahidatul Aisy
 Tempat, Tanggal Lahir : Sigli, 29 Januari 2004
 Jenis Kelamin : Perempuan
 Status : Belum Menikah
 Umur : 22 Tahun
 Alamat : Blang Paseh, Kec. Kota Sigli
 No.HP : 0821-3737-4706
 Nama Orang Tua
 Ayah : Bustami MS
 Ibu : Mardhiah
 Email : dhiaarahidatulaisy@gmail.com

RIWAYAT PENDIDIKAN

- SD NEGERI 1 SIGLI Tahun 2010
- MTsN 5 PIDIE Tahun 2016
- SMAIT AL-USWAH Tahun 2019
- Pendidikan Matematika, Fakultas Tarbiyah Tahun 2022
dan Keguruan UIN Ar-Raniry Banda Aceh